ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

Е. К. ЗАВОЙСКИЙ, С. А. АЛЬТШУЛЕР и Б. М. КОЗЫРЕВ

ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

Парамагнитный резонанс (ПР) был открыт одним из авторов [1] в Каза-и в 1944 г. История этого открытия такова. С 1936 г. голландская школа изиков, возглавляемая Гортером, усиленно изучала парамагнитное по-лощение в параллельных и перпендикулярных полях [2]. Было ясно, что случае взаимно перпендикулярного расположения постоянного и пере-енного магнитных полей поглощение должно носить резонансный харак-ер. Однако, несмотря на многочисленные попытки экспериментально становить резонансную природу парамагнитного поглощения, сделать о Гортеру не удалось. Причина неудачи этих попыток заключалась том, что, во-первых, Гортер производил свои исследования на частотах, ежащих ниже 100 MHz, а, во-вторых, он пользовался малочувствитель-ым прямым калориметрическим методом измерения энергии, поглощае-ой парамагнетиком. Идеей Гортера воспользовался Раби [3], разработав етод определения ядерных магнитных моментов в молекулярных пучках, нованный на изменении ориентации спина в условиях магнитного зонанса. Следует заметить, что этот метод очень сложен и имеет огра-иченную область применения.

Автору работы [1] удалось значительно расширить диапазон частот ременного магнитного поля, а главное, разработать новые высокочув-вительные методы изучения парамагнитного поглощения, отказавшись калориметрического способа, и перейти к косвенным электрическим тодам измерения рассеиваемой в парамагнетике энергии. Простота чувствительность примененного метода реакции на генератор, вскоре щественно усовершенствованного путем использования модуляции стоянного магнитного поля [4], обеспечили успех дела. В результате не лько удалось открыть явление парамагнитного резонансного поглоще-я, но и существенно расширить область исследования парамагнитной лаксации в параллельных полях.

Что же представляет собой явление парамагнитного резонансного глощения? Оно заключается в передаче энергии радиочастотного поля стоты ν парамагнетику в результате магнитных дипольных переходов жду энергетическими подуровнями, создаваемыми постоянным гнитным полем H. Резонансное поглощение происходит тогда, когда нт энергии переменного поля равен энергетическому интервалу между гнитными подуровнями. В простейшем случае резонансное условие еет вид:

$$g\beta H = h\nu, \qquad (1)$$

g — фактор спектроскопического расщепления, β — магнетон Бора. подавляющем большинстве случаев вероятность магнитных дипольных еходов в первом приближении отлична от нуля лишь при взаимно пендикулярном расположении переменного и постоянного магнит-х полей.

Сначала ПР был подробно исследован одним из авторов [1] в солях ментов группы железа. Им же было начато изучение ПР в растворах амагнитных солей и в металлах [1, 5]. Естественным продолжением едований ПР, обусловленного магнитными моментами электронов,

явилось открытие в 1946 г. Перселлом [6] и Блохом [7] с сотрудниками ядерного магнитного резонанса. К работам по ПР непосредственно примыкает также открытие ферромагнитного резонанса, сделанное Гриффитсом* [8] и теоретически предсказанное еще в 1935 г. Ландау и Лифшицем [9]. Следует отметить, что на основе открытого Аркадьевым [10] избирательного поглощения энергии переменного электромагнитного поля ферромагнетиками Дорфман [11] еще в 1923 г. высказал идею о существовании явления магнитного резонанса.

ПР дает возможность определять положение энергетических уровней магнитных частиц, в силу чего исследования этого явления составляют необходимую часть спектроскопии. С другой стороны, названный эффект тесно связан с методом магнитного охлаждения и с парамагнитной релаксацией, ибо все эти явления имеют дело с кинетикой процессов намагничивания.

Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования магнитного резонанса, выполненные за последние 10—11 лет, создали новое научное направление, значительно обогатившее учение о магнитных свойствах вещества и оказавшее серьезное влияние на теорию твердого тела и жидкостей. Таким образом, магнитный резонанс является важнейшей частью современной теории магнетизма, возникшей в результате перехода от изучения статических магнитных свойств тел к изучению намагничивания в переменных полях.

Если при исследованиях парамагнетизма в постоянных полях основной изучаемой величиной является статическая восприимчивость χ_0, то в переменных полях восприимчивость становится величиной комплексной $\chi = \chi' - i\chi''$. Задачей теории парамагнитной дисперсии и поглощения является изучение зависимости коэффициентов χ' и χ'' от частоты переменного поля ν и напряженности поля H. Хорошо известно, что магнитные свойства твердых и жидких парамагнетиков зависят от внутренних электрических полей в веществе, от магнитных и обменных взаимодействий атомов.

Эти внутренние силы определяют явление ПР, поскольку оно изучается в огромном большинстве случаев в конденсированных системах.

Во-первых, благодаря внутренним силам парамагнетик в целом поглощает энергию радиочастотного поля. Переменное поле с одинаковой вероятностью стимулирует как вынужденное излучение, так и поглощение энергии. Для того чтобы процессы второго типа преобладали, необходимо существование механизма, обеспечивающего восстановление термодинамического равновесия путем непрерывной передачи магнитной энергии тепловому движению атомных частиц. Зависимость внутренних сил, действующих на парамагнитные частицы, от теплового движения и создает это, так называемое «спин-решеточное» взаимодействие.

Во-вторых, внутренними силами определяется форма линий парамагнитного резонанса. Естественная ширина линий, лежащих в радиочастотном диапазоне, совершенно ничтожна. Поэтому форма линий может зависеть только от теплового движения и взаимодействия магнитных частиц между собой и с диамагнитными частицами.

В-третьих, эти силы существенно влияют на вид спектра парамагнитного резонанса, т. е. на число и положение линий поглощения.

Из сказанного вытекает, что экспериментальное и теоретическое изучение явления ПР может идти по трем направлениям: 1) определение спектров ПР в различных веществах; 2) выяснение формы линий ПР и 3) определение величины спин-решеточного взаимодействия.

При помощи ПР удается измерить механические и магнитные моменты атомов и атомных ядер более точно, чем это было доступно другим методам.

* Он открыл это явление в ферромагнетиках в присутствии сильных внешних магнитных полей, Аркадьев наблюдал это же явление еще в 1911—1913 гг. в тех же веществах в отсутствие внешних магнитных полей.

Парамагнитный резонанс лежит также в основе наиболее эффективных способов получения ориентированных атомных ядер. Кроме того, изучение ПР позволяет делать выводы о тончайших деталях строения кристаллов и жидкостей и, наконец, решать некоторые химические вопросы.

В настоящее время опубликовано несколько обзоров [12—14] работ по парамагнитному резонансу, в которых с большой полнотой освещены исследования, выполненные зарубежными физиками. Поэтому в нашем докладе мы остановимся только на работах, выполненных в Советском Союзе.

Беглый обзор этих работ мы произведем в соответствии с тремя указанными выше главными направлениями экспериментального и теоретического исследования парамагнитного резонанса.

Начнем с рассмотрения спектров ПР.

Первые наблюдения ПР были сделаны в поликристаллических образцах солей элементов группы железа. При этом во всех случаях был обнаружен один резкий пик поглощения, положение которого соответствовало чисто спиновому магнетизму атомов.

Вид спектра резонансного поглощения в парамагнитных солях зависит, прежде всего, от величины и характера симметрии электрического поля кристалла. В солях элементов группы железа действие электрического поля кристалла намного сильнее спин-орбитальной связи. В полях низкой симметрии орбитальные уровни будут одиночными, следовательно немагнитными. Это и объясняет, почему электрическое поле «замораживает» орбитальное движение электронов, «подавляет» орбитальный магнетизм.

Если магнетизм атомов обусловлен только электронными спинами, то, так как вероятность магнитных дипольных переходов заметно отличается от нуля лишь для соседних подуровней энергии, спектр парамагнитного поглощения должен содержать одну только линию, как это и было установлено в первых же опытах. Если электронный спин больше 1/2, то учет высших приближений может привести к двоякого рода следствиям.

Во-первых, должны существовать слабые линии, соответствующие переходам $\Delta M > 1$, где M — магнитное квантовое число электронного спина. Завойскому [15] в 1947 г. удалось обнаружить это явление на некоторых солях.

Во-вторых, может возникнуть тонкая структура линий ПР вследствие существования малых расщеплений основного уровня энергии даже в отсутствие внешнего магнитного поля H. Эта структура была экспериментально обнаружена Завойским [16] в порошках хромовых квасцов и теоретически интерпретирована Вейссом [17]. Для детального изучения тонкой структуры измерения необходимо производить в монокристаллах твердых растворов парамагнитных солей.

Интересные результаты, относящиеся к монокристаллам искусственного рубина [18, 19] и берилла [20], были получены в последнее время Зариповым и Шамониным в Казани и Прохоровым и Маненковым в Москве.

После твердых парамагнитных солей большое место в исследованиях парамагнитного резонанса занимают жидкие растворы этих солей. Детальное изучение эффекта в растворах было предпринято в Казанском филиале АН СССР [21, 22].

В последнее время усиленно изучается сверхтонкая структура линий парамагнитного резонанса. Впервые влияние спина атомного ядра на вид спектра парамагнитного резонанса установили Альтшулер, Козырев и Салихов [22] в 1948 г. Опыты производились на водных растворах солей марганца на сравнительно низких частотах $\sim$100 MHz. Позднее многочисленные исследования влияния ядерного спина на вид спектра парамагнитного резонанса в твердых солях на высоких частотах были предприняты в Оксфорде Пенрозом, Блини и др. [23]. Интересные результаты по сверхтонкой структуре линий парамагнитного резонанса в жидких растворах солей получили на высоких частотах Гарифьянов и один из авторов [24].

Недавно Зарипов и Гарифьянов [25] закончили экспериментально и теоретическое изучение сверхтонкой структуры ПР в солях меди на низких частотах. Есть основания полагать, что исследования на низких частотах дадут возможность более точно определить некоторые физические константы, например квадрупольные моменты атомных ядер.

В последнее время Зариповым [26] была разработана теория сверхтонкой структуры ПР на одиночных электронных уровнях. Его расчеты показали, что ПР, обусловленный переходами между указанными сверхтонкими подуровнями, должен быть доступен наблюдению в ряде солей, парамагнитные ионы которых обладают четным числом электронов. Указанное явление можно рассматривать как промежуточное между чисто электронным и чисто ядерным ПР.

Вначале ПР изучался только в парамагнитных солях. Но очень скоро круг исследований расширился. В 1947 г. Салихов и один из авторов [27] впервые установили существование эффекта в свободных органических радикалах. В дальнейшем исследование различных органических веществ помогло обнаружить у некоторых из них существование «скрытого» парамагнетизма [28]. Можно с уверенностью сказать, что для органической химии магнитный резонанс скоро станет одним из важных методов исследования. В частности, представляет интерес исследование ПР в различных видах свободного углерода. Гарифьяновым и одним из авторов [29] этот эффект был изучен в антраците и некоторых других веществах, содержащих свободный углерод.

В заключение обзора изучаемых типов парамагнетиков укажем на металлы, исследование эффекта в которых по ряду причин вызывает большой интерес, но связано с серьезными экспериментальными трудностями.

Наиболее интенсивным должен быть эффект в редкоземельных металлах, которые занимают особое место, ибо магнитные свойства их определяются глубоко лежащими электронами. Спектры парамагнитного резонанса в металлическом церии, празеодиме и неодиме были измерены Салиховым [30]. Одним из авторов [31] было проведено теоретическое рассмотрение спектров парамагнитного резонанса для всех редкоземельных металлов.

До сих пор, говоря о ПР, мы имели в виду только парамагнитное поглощение. Но парамагнитное поглощение всегда сопровождается дисперсией магнитной восприимчивости. Впервые парамагнитная дисперсия в резонансной области была изучена Завойским [32] в 1947 г. Предложив новый метод исследования данного явления, он получил на высоких частотах для одной из солей марганца полную кривую дисперсии. Напомним, что в оптике изучение дисперсии в резонансной области, где она носит характер аномальной, представляет значительные трудности. Исследования дисперсии восприимчивости в ряде солей элементов группы железа на низких частотах провел Романов [33]. Им был отмечен ряд особенностей эффекта. На высоких частотах измерения дисперсии восприимчивости производились Козыревым, Салиховым и Шамониным [34], а в последнее время на большом количестве солей Непримеровым [35]. Между дисперсией восприимчивости и поглощением имеется тесная связь, хорошо объяснимая теорией.

Перейдем к вопросу о форме линий парамагнитного резонанса. В области оптических частот ширина линий всегда очень мала по сравнению с основной частотой. В радиочастотном диапазоне соотношение между этими величинами становится совсем другим, так как взаимодействия, вызывающие расширение линий, могут иметь одинаковый порядок с энергетическими расщеплениями, определяющими резонансные частоты. Поэтому у линий парамагнитного резонанса ширина нередко сравнима с основной частотой и может быть измерена с высокой точностью. Но эти же причины приводят к большим трудностям при построении количественной теории формы линий парамагнитного резонанса.

Первое теоретическое толкование опытов по ПР было предложено

Френкелем [36]. Им были получены формулы, определяющие форму линий в предположении, что расширение их обусловлено взаимодействием спинов с тепловыми колебаниями решетки, которое формально рассматривалось как некоторое трение.

Авторы [37] в 1947 г., на основе анализа экспериментальных данных, установили ряд закономерностей, касающихся формы линий парамагнитного резонанса, которые оказались в явном противоречии с теорией Френкеля. Установленные ими эмпирические закономерности были объяснены тем, что спин-решеточное взаимодействие не влияет на форму линий парамагнитного резонанса и что ширина линий определяется взаимодействием магнитных ионов друг с другом. При этом авторы показали, что чисто магнитные взаимодействия не в состоянии объяснить наблюдающиеся значения ширины линий; поэтому ими было допущено, что серьезное влияние на ширину должны оказывать обменные силы и внутренние электрические поля вещества.

Идея о сужении линий поглощения под влиянием обменных сил была развита Гортером и Ван-Флеком [38], причем последним [39] были произведены количественные расчеты при помощи метода моментов. Ван-Флек вычислил второй и четвертый моменты линий поглощения. Оказалось, что второй момент не зависит от обменных сил.

Для того чтобы выяснить, достаточна ли развитая теория для объяснения наблюдающегося сужения линий, необходимо было знать еще один момент, содержащий обменный интеграл. Глебашев [40] проделал исключительно трудоемкие расчеты по определению шестого момента линии поглощения. Он показал, что в пределах ошибок опыта согласие с теорией вполне удовлетворительное. Кроме того, методом моментов Глебашевым был рассмотрен вопрос о зависимости формы линий от температуры [41] и от разбавления парамагнитных ионов диамагнитными частицами [42].

В ряде случаев парамагнитный резонанс изучается в веществах, содержащих два различных парамагнитных компонента, обладающих одинаковыми g-факторами, но различными спинами. Соответствующее обобщение теории было выполнено Альтшулером и Одинцовым [43]. Интересное экспериментальное исследование зависимости ширины от обменных взаимодействий было проведено Кашаевым [44] путем измерения ПР в твердых растворах разных концентраций.

Строгое теоретическое рассмотрение ширины линий возможно только при помощи метода моментов. Однако этот метод страдает рядом крупных недостатков и, к тому же, применим лишь к узкому кругу парамагнетиков. Поэтому естественной явилась работа Шапошникова [45], построившего феноменологическую теорию этого вопроса. Эта теория, понятно, не решает задачу до конца, поскольку остается не выясненной связь вводимого ею времени спин-спиновой релаксации с действительными взаимодействиями, вызывающими расширение линий.

Невозможность построения строгой теории расширения линий делает особенно ценными общие соотношения, касающиеся формы кривых парамагнитного резонанса. Такие соотношения были установлены Крамерсом [46]. К сожалению, эти соотношения предполагают, что опыт дает зависимость поглощения или дисперсии восприимчивости от частоты переменного поля, тогда как измерения парамагнитного резонанса производятся при постоянной частоте, но изменяющемся статическом магнитном поле, т. е. изменяющихся собственных частотах.

Одним из авторов [47] были найдены соотношения, аналогичные соотношениям Крамерса и пригодные в практически осуществляемых условиях. Эти соотношения были проверены и использованы в работах Романова [33], Козырева, Салихова и Шамонина [34], Ривкинда [48] и Непримерова [35].

Перейдем к вопросу о спин-решеточном взаимодействии. Экспериментальное изучение спин-решеточного взаимодействия было начато голланд-

скими физиками путем измерения парамагнитной релаксации в параллельных полях. Высокочувствительные методы измерения парамагнитных потерь, введенные Завойским [1], позволили ему и другим авторам получить целый ряд новых результатов; в первую очередь следует отметить открывшуюся благодаря этим методам возможность измерений при комнатной температуре [49] и открытие эффекта в жидких растворах парамагнитных солей [50]. Для теории парамагнитной релаксации большое значение имеет работа Шапошникова [51]. В термодинамической теории Казимира и Дю-Пре [52] учитывалась только спин-решеточная релаксация; при этом предполагалось, что спин-система находится в состоянии теплового равновесия. Шапошников, воспользовавшись методами Мандельштама и Леонтовича [53], разработанными в теории акустических релаксационных явлений, дал общую термодинамическую теорию, включающую также и спин-спиновую релаксацию. Формулы Шапошникова прекрасно подтвердились на опыте. Ривкинд [48] провел абсолютные измерения на низких частотах и определил времена спин-спиновой релаксации для целого ряда веществ. Эти измерения подтвердили справедливость теории Шапошникова для слабых магнитных полей. На более высоких частотах, обеспечивающих преобладающую роль спин-спиновой релаксации, теория Шапошникова впервые была подтверждена Гарифьяновым [54]. В дальнейшем ряд измерений провел Ситников [55]; эти опыты позволили определить магнитные теплоемкости многих солей. Интересны исследования в параллельных полях, проведенные Ситниковым в твердых растворах парамагнитных солей. Эти опыты дают возможность выяснить роль различных типов взаимодействий в спин-решеточной релаксации и магнитной теплоемкости.

Наряду с построением феноменологической теории парамагнитной релаксации, уже давно начала развиваться квантовая теория спин-решеточного взаимодействия. Благодаря исследованиям Валлера, Кронига Ван-Флека [12], Ахиезера и Померанчука [56] вскрыта природа различных релаксационных механизмов и рассчитано спин-решеточное взаимодействие для некоторых солей элементов группы железа. Альтшулером [57] произведены расчеты спин-решеточного взаимодействия для солей редкоземельных элементов; им же [58] дано обобщение теории Валлера для случая произвольного спина и при допущении, что помимо магнитных сил действуют также силы обменные. Наконец, рассмотрены соли, магнитные ионы которых находятся в *s*-состоянии.

В последние годы появились сообщения об исследованиях некоторых новых явлений, тесно связанных с парамагнитным резонансом. В Казанском университете изучались эффект Фарадея в парамагнетиках на сантиметровых волнах и резонансное поглощение звука в парамагнетиках.

Первый из этих эффектов теоретически рассматривался Кастлером [59], а экспериментально был открыт в 1948 г. Вильсоном и Хуллом [60] на двух солях марганца. Дальнейшие попытки экспериментального исследования данного явления не дали существенных результатов.

Непримеров [61] провел измерения вращения плоскости поляризации сантиметровых волн под влиянием постоянного магнитного поля в большом числе парамагнитных солей. Существенно изменив метод исследования предыдущих авторов, он добился высокой чувствительности установки. Измерения Непримерова показали, что имеется самая тесная связь между явлением Фарадея в парамагнетиках и дисперсией восприимчивости в резонансной области.

Идея о возможности резонансного поглощения ультразвука в парамагнетиках выдвинута Завойским. Альтшулером [62] разработана теория этого эффекта. Это новое явление можно рассматривать как обращенный эффект парамагнитного резонанса: энергия упругих колебаний, возбужденных ультразвуком, благодаря существованию спин-решеточного взаимодействия передается системе магнитных частиц, если квант колебаний

решетки оказывается равным разности энергий магнитных уровней. Детальные расчеты были проведены для различных типов парамагнетиков при допущении различных механизмов спин-решеточной связи. Из этих вычислений следует, что как электронный, так и ядерный акустический парамагнитные резонансы в некоторых случаях легко могут быть наблюдены на опыте.

В заключение отметим, что, помимо многих приложений, частично упомянутых нами, парамагнитный резонанс лежит в основе одного из наиболее эффективных методов получения ориентированных ядер.

Цитированная литература

1. Завойский Е. К., Докт. диссертация.— ФИАН, М., 1944; Journ of Phys. USSR, 9, 245 (1945).
2. Гортер К., Парамагнитная релаксация.— ИЛ, М.— Л., 1949.
3. Rabi J., Phys. Rev., 51, 652 (1937).
4. Завойский Е. К., Journ. of Phys. USSR, 9, 245 (1945).
5. Завойский Е. К., ЖЭТФ, 15, 345 (1945).
6. Purcell E. M., Pound R. V., Torrey N. S., Phys. Rev., 69, 37 (1946).
7. Bloch F., Hansen W. W., Paccard N., Phys. Rev., 69, 127 (1946).
8. Griffiths J., Nature, 158, 670 (1946).
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Sow. Phys., 8, 153 (1935).
10. Аркадьев В. К., ЖРФХО, 45, 103 (1913).
11. Дорфман Я. Г., ZS. f. Phys., 17, 98 (1923).
12. Bleaney B., Stevens K. W. H., Rep. Progr. Phys., 16, 108 (1953).
13. Bowers K. D., Owen J., Rep. Progr. Phys., 18, 304 (1955).
14. Weiss J. R., Phys. Rev., 99, 829 (1955).
15. Завойский Е. К., ДАН СССР, 57, 887 (1947).
16. Завойский Е. К., Journ. of Phys. USSR, 10, 170 (1946); 11, 197 (1947).
17. Weiss P. R., Phys. Rev., 74, 470 (1948).
18. Зарипов М. М., Шамонин Ю. Я., ЖЭТФ, 30, 291 (1956).
19. Маненков А. А., Прохоров А. М., ЖЭТФ, 28, 762 (1955).
20. Зарипов М. М., Шамонин Ю. Я., см. настоящий номер журнала, стр. 1224.
21. Козырев Б. М., ДАН СССР, 103, 53 (1955); Гарифьянов Н. С., ДАН СССР, 103, 41 (1955).
22. Альтшулер С. А., Козырев Б. М., Салихов С. Г., ДАН СССР, 71, 855 (1950).
23. Bleaney B., Penrose R. P., Proc. Phys. Soc., 60, 83, 395, 540 (1948).
24. Гарифьянов Н. С., Козырев Б. М., ДАН СССР, 98, 929 (1954).
25. Зарипов М. М., Гарифьянов Н. С., ЖЭТФ, 28, 629 (1955).
26. Зарипов М. М., см. настоящий номер журнала, стр. 1220.
27. Козырев Б. М., Салихов С. Г., ДАН СССР, 58, 1023 (1947).
28. Козырев Б. М., ДАН СССР, 81, 427 (1951).
29. Гарифьянов Н. С., Козырев Б. М., ЖЭТФ, 30, 272 (1956).
30. Салихов С. Г., ЖЭТФ, 26, 447 (1954).
31. Альтшулер С. А., ЖЭТФ, 26, 439 (1954).
32. Завойский Е. К., ЖЭТФ, 17, 155 (1947).
33. Романов И. М., Уч. зап. Казанского ун-та, 113, 187 (1953).
34. Козырев Б. М., Салихов С. Г., Шамонин Ю. Я., ЖЭТФ, 22, 56 (1952).
35. Неприм ерoв Н. Н., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, 360 (1954).
36. Френкель Я. И., ЖЭТФ, 15, 409 (1945).
37. Альтшулер С. А., Завойский Е. К., Козырев Б. М., ЖЭТФ, 17, 1121 (1947).
38. Gorter C. J., Van Vleck J. H., Phys. Rev., 72, 1128 (1947).
39. Van Vleck J. H., Phys. Rev., 74, 1168 (1948).
40. Глебашев Г. Я., ЖЭТФ, 30, 612 (1956).
41. Глебашев Г. Я., Уч. зап. Казанского ун-та, 116, кн. I, 121 (1956).
42. Глебашев Г. Я., ЖЭТФ, 31, вып. 1 (1957).
43. Альтшулер С. А., Одинцов М. Г., Изв. Казанского филиала АН СССР, Серия физ.-техн., 3, 39 (1953).
44. Кашаев С.-Х. Г., ДАН СССР, 110, 362 (1956).
45. Шапошников И. Г., Докт. диссертация.— ФИАН, М., 1949.
46. Kramers H. A., Atti del Congresso Intern. del Fisici, Como, 2, 545 (1927).
47. Альтшулер С. А., ЖЭТФ, 20, 1047 (1950).
48. Ривкинд А. И., Изв. АН СССР, Серия физич., 16, 541 (1952).
49. Козырев Б. М., Уч. зап. Казанского пед. ин-та, 1, 83 (1947).
50. Завойский Е. К., Journ. of Phys. USSR, 8, 377 (1944).
51. Шапошников И. Г., ЖЭТФ, 18, 533 (1948).

52. Casimir H., Du Pré F., Physica, 5, 507 (1938).
53. Мандельштам Л. И., Леонтович М. А., ЖЭТФ, 17, 438 (1937).
54. Гарифьянов Н. С., ЖЭТФ, 25, 359 (1953).
55. Ситников К. П., Диссертация — Казанский ун-т, 1954.
56. Ахиезер А. И., Померанчук И. Я., ЖЭТФ, 14, 342 (1944); ДАН СССР, 87, 917 (1952).
57. Альтшулер С. А., ЖЭТФ, 24, 681 (1953).
58. Альтшулер С. А., см. настоящий номер журнала, стр. 1207.
59. Kastler A., C. R. 228, 1640 (1949).
60. Wilson, Hull, Phys. Rev., 74, 711 (1948).
61. Непримеров Н. Н., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, 368 (1954).
62. Альтшулер С. А., ДАН СССР, 85, 1225 (1952); ЖЭТФ, 28, 38 (1955); ЖЭТФ, 28, 49 (1955).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

С. А. АЛЬТШУЛЕР

К ТЕОРИИ ПАРАМАГНИТНОЙ СПИН-РЕШЕТОЧНОЙ РЕЛАКСАЦИИ

1. Введение

В первой теории парамагнитной спин-решеточной релаксации, предложенной Валлером [1], предполагалось, что передача энергии от системы спинов колебаниям решетки осуществляется благодаря вызываемому этими колебаниями изменению магнитного взаимодействия спинов. Расчеты Валлера приводят, однако, к значениям времени релаксации, которые на несколько порядков превышают данные опыта. Особенно резкое расхождение между теорией и опытом обнаружилось на примере титано-цезиевых квасцов. Поэтому Кронигом [2] и Ван-Флеком [3] был предложен другой релаксационный механизм. Однако в ряде случаев механизм Валлера может играть основную роль. Расчеты Валлера проведены для парамагнетика, магнитные частицы которого имеют спин $S = 1/2$. Между тем вероятность переориентации спина частицы под влиянием колебаний действующих на нее магнитных сил пропорциональна четвертой степени магнитного момента частицы. Кроме того, эта вероятность обратно пропорциональна r_0^6, если через r_0 обозначить равновесное расстояние между двумя соседними атомами кристалла, обладающими магнитным моментом. Нередко в одной кристаллической ячейке находится несколько таких атомов. Легко видеть, что в таком случае более точный результат будет получен, если под r_0 понимать не среднее, а кратчайшее расстояние между соседними частицами с магнитным моментом. Отсюда ясно, что магнитные силы могут определять спин-решеточное взаимодействие в веществах с большими магнитными моментами атомов и с большой плотностью частиц с магнитным моментом.

Следует также отметить, что Валлер рассмотрел релаксацию, обязанную переориентации спина одной частицы под влиянием колебаний решетки при условии сохранения направления других спинов. Между тем, как мы увидим, с большей вероятностью происходит процесс одновременной переориентации спинов двух соседних частиц, что должно значительно сократить время релаксации. В разделе 2 нами проведено уточнение и обобщение теории Валлера.

В последнее время изучение свойств парамагнетиков в статических и переменных магнитных полях, в особенности исследование парамагнитного резонанса, показало, что большое значение имеют обменные взаимодействия между частицами, обладающими магнитным моментом. Поэтому естественно возникает вопрос о влиянии обменных сил на спин-решеточную связь. Рассмотрению этого вопроса посвящен раздел 3.

Наконец, в разделе 4 рассматривается парамагнитная спин-решеточная релаксация в солях, магнитные ионы которых находятся в s-состоянии. Электрическое поле кристалла вызывает крайне малые расщепления основного энергетического уровня магнитной частицы — порядка 1 см$^{-1}$. Естественно возникает вопрос, способна ли модуляция кристаллического поля колебаниями решетки привести к наблюдаемому на опыте спин-решеточному взаимодействию.

2. Релаксация, вызываемая магнитными взаимодействиями

В тех случаях, когда орбитальный магнетизм не подавлен электрическим полем кристалла, основную роль в механизме спин-решеточной релаксации играет модуляция данного кристаллического поля колебаниями решетки. Хорошим примером этого могут служить соли редкоземельных элементов [4]. Поэтому мы будем рассматривать вещества с чисто спиновым магнетизмом. К таковым, в частности, относится большинство солей элементов группы железа. В качестве модели парамагнетика мы возьмем простую кубическую решетку, в узлах которой находятся магнитные частицы со спином S. Мы воспользуемся обычным выражением для оператора магнитного дипольного взаимодействия двух частиц:

$$U = g^2\beta^2 \left[\frac{\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2}{r_{12}^3} - \frac{3(\mathbf{s}_1 r_{12})(\mathbf{s}_2 r_{12})}{r_{12}^5} \right]. \qquad (1)$$

Сначала рассмотрим процессы первого порядка (однофононные процессы). Будем исходить из полученного Валлером выражения для вероятности перехода с магнитного уровня E_α на уровень E_β:

$$A_{\alpha\beta} = \frac{8\pi^3 Z}{3h^4} \cdot \frac{E_{\alpha\beta} r_0^2}{\rho v^5} \cdot \frac{e^{E_{\alpha\beta}/kT}}{e^{E_{\alpha\beta}/kT} - 1} \sum_{q=x,y,z} |(U_q)_{\alpha\beta}|^2, \qquad (2)$$

где $U_q = \frac{\partial U}{\partial q}$, $E_{\alpha\beta} = E_\alpha - E_\beta$, ρ — плотность парамагнетика, v — средняя скорость звука, Z — число ближайших соседей, T — температура. Мы будем пользоваться представлением, в котором s_{1z} и s_{2z} диагональны. Обозначим через M_1 и M_2 магнитные квантовые числа соответствующих атомов. Оператор U_q будет содержать различные выражения типа $s_{1q}s_{2q'}$, недиагональные матричные элементы которых отличны от нуля только в следующих случаях:

$$\left.\begin{aligned} (s_{1x}s_{2z})_{M_1, M_2; M_1+1, M_2} &= \frac{1}{2}\sqrt{s(s+1) - M_1(M_1+1)}\, M_2 \equiv t, \\ (s_{1y}s_{2z})_{M_1, M_2; M_1+1, M_2} &= it; \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} &(s_{1x}s_{2x})_{M_1, M_2; M_1+1, M_2+1} = \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{s(s+1) - M_1(M_1+1)} \cdot \sqrt{s(s+1) - M_2(M_2+1)} \equiv p, \\ &(s_{1x}s_{2y})_{M_1, M_2; M_1+1, M_2+1} = (s_{1y}s_{2x})_{M_1, M_2; M_1+1, M_2+1} = ip, \\ &(s_{1y}s_{2y})_{M_1, M_2; M_1+1, M_2+1} = -p. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Сначала рассмотрим релаксацию, обусловленную переходами $\Delta M_1 = 1$, $\Delta M_2 = 0$. При помощи (1), (3) и (4) найдем сумму квадратов модулей элементов матрицы U_q:

$$\sum_{q=x,y,z} |(U_q)_{M_1, M_2; M_1+1, M_2}|^2 =$$

$$= \frac{9g^4\beta^4}{r_0'^2}[r_0^4 + 6r_0^2 z_0^2 - 5z_0^4] \cdot \frac{1}{4}[s(s+1) - M_1(M_1+1)]\, M_2^2. \qquad (5)$$

Произведем усреднение по различным направлениям радиуса-вектора r_0, а также по всевозможным значениям M_1 и M_2. Тогда получим

$$\overline{\sum_q |(U_q)_{M_1, M_2; M_1+1, M_2}|^2} = \frac{18g^4\beta^4}{r_0^8} \cdot \frac{1}{36} s(2s+1)(s+1)^2. \qquad (6)$$

Таким образом, принимая во внимание, что $E_\alpha - E_\beta = g\beta H$, мы получаем для вероятности перехода:

$$A_1 = \frac{4\pi^3 Z}{3h^4} \cdot \frac{(g\beta)^3}{\rho v^5} \left(\frac{g^2\beta^2}{r_0^3}\right)^2 \frac{e^{g\beta H/kT}}{e^{g\beta H/kT} - 1} s(2s+1)(s+1)^2 H^3. \quad (7)$$

В случае двойных переходов ($\Delta M_1 = 1$, $\Delta M_2 = 1$):

$$\sum_{q=x,\,y,\,z} \left| (U_q)_{M_1,\,M_2;\,M_1+1,\,M_2+1} \right|^2 =$$

$$= \frac{9g^4\beta^4}{r_0^{12}} (r_0^2 - z_0^2)(13r_0^2 - 5z_0^2) \cdot \frac{1}{16} [s(s+1) - M_1(M_1+1)] \times$$

$$\times [s(s+1) - M_2(M_2+1)]. \quad (8)$$

Усреднение дает:

$$\overline{\sum_{q=x,\,y,\,z} \left| (U_q)_{M_1,\,M_2;\,M_1+1,\,M_2+1} \right|^2} = \frac{72 g^4\beta^4}{r_0^8} \cdot \frac{1}{36} (2s+1)^2 (s+1)^2, \quad (9)$$

и, следовательно, для вероятности двойных переходов имеем:

$$A_2 = \frac{16\pi^3 Z}{3h^4} \cdot \frac{(2g\beta)^3}{\rho v^5} \left(\frac{g^2\beta^2}{r_0^3}\right)^2 \frac{e^{2g\beta H/kT}}{e^{2g\beta H/kT} - 1} (2s+1)^2 (s+1)^2 H^3. \quad (10)$$

Мы видим, что вероятность двойных переходов оказывается намного больше A_1; так, для $s = 1/2$ мы имеем $\frac{A_2}{A_1} \approx 64$. Если учесть к тому же, что с двойными переходами связана передача колебаниям решетки удвоенных количеств энергии $E_{\alpha\beta} = 2g\beta H$, то окажется, что время релаксации благодаря этим переходам укоротится примерно в 10^2 раз.

В случае процессов второго порядка (комбинационное рассеяние фононов) вероятность перехода будет определяться формулой [1]:

$$A_{\alpha\beta} = \frac{\pi^3 Z}{18} \cdot \frac{r_0^4}{\rho^2 v^{10}} e^{E_{\alpha\beta}/kT} I_6 \sum_{q,\,p=x,\,y,\,z} \left| (U_q)_{\alpha\beta} \right|^2, \quad (11)$$

где

$$U_{q,p} = \frac{\partial^2 U}{\partial q\, \partial p}, \qquad I_n = \int_0^{k\theta/h} \frac{\nu^n e^{h\nu/kT}}{(e^{h\nu/kT} - 1)^2} d\nu,$$

θ — температура Дебая. Расчет и усреднение матричных элементов дают:

$$\left.\begin{aligned} \overline{\sum_{q,p} \left| (U_{q,p})_{M_1,\,M_2;\,M_1+1,\,M_2} \right|^2} &= 434 \frac{g^4\beta^4}{r_0^{10}} \cdot \frac{1}{36} s(2s+1)(s+1)^2, \\ \overline{\sum_{q,p} \left| (U_{q,p})_{M_1,\,M_2;\,M_1+1;\,M_2+1} \right|^2} &= 2366 \frac{g^4\beta^4}{r_0^{10}} \cdot \frac{1}{36} (s+1)^2 (2s+1)^2. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Отсюда для вероятностей перехода имеем:

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \frac{2\pi^3}{3} \cdot \frac{Z}{\rho^2 v^{10}} \left(\frac{g^2\beta^2}{r_0^3}\right)^2 e^{g\beta H/kT} I_6 \cdot s(2s+1)(s+1)^2, \\ A_2 &= 3{,}16\pi^3 \frac{Z}{\rho^2 v^{10}} \left(\frac{g^2\beta^2}{r_0^3}\right)^2 e^{2g\beta H/kT} I_6 (2s+1)^2 (s+1)^2. \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Если температура парамагнетика значительно превышает температуру Дебая, то для вероятности двойных переходов имеем:

$$A_2 = 15{,}8\pi^3 \frac{Z}{\rho^2 v^{10}} \left(\frac{g^2\beta^2}{r_0^3}\right)^2 (s+1)^2 (2s+1)^2 \left(\frac{kT}{h}\right)^2 \left(\frac{k\theta}{h}\right)^5. \qquad (14)$$

Ситников [5] провел измерения времени спин-решеточной релаксации при комнатной температуре в твердых растворах марганца. В солях $MnSO_4 \cdot 4H_2O$ марганец замснялся диамагнитным магнием. Им было установлено, что время релаксации линейно растет с уменьшением концентрации марганца. Этот факт легко объясним, если допустить, что спин-решеточная связь осуществляется при помощи магнитных сил, и, наоборот, он мало понятен, если принять другой релаксационный механизм. К сожалению не все константы, входящие в (13), известны для данного вещества; однако если взять вероятные значения этих констант, то для времени релаксации неразбавленной соли получается $\tau \approx 10^{-5}$ сек, в то время как опыт дает $\tau \approx 10^{-7}$ при комнатной температуре. Согласие теории с опытом можно считать удовлетворительным.

Таким образом, можно заключить, что в ряде веществ парамагнитная решеточная релаксация определяется магнитными взаимодействиями атомов.

3. Релаксация, вызываемая обменными силами

Известно, что в веществах с большой плотностью магнитных ионов обменные силы существенно изменяют статическую восприимчивость и ширину линий парамагнитного резонанса. Естественно представляет интерес выяснить, каково влияние этих сил на спин-решеточное взаимодействие. Обычно оператору обменного взаимодействия придают следующий изотропный вид: $A(r_{12})\,(s_1, s_2)$. Эта матрица не имеет недиагональных элементов, и, следовательно, изотропные обменные силы непосредственно никакого влияния на спин-решеточное взаимодействие оказать не могут*. Однако встречающиеся в некоторых парамагнетиках анизотропные обменные силы [6] могут играть существенную роль. Примем, как это было сделано для объяснения магнитных свойств $NiSiF_6 \cdot 6H_2O$ [7], что оператор обменного взаимодействия имеет дипольную форму:

$$v = A(r_{12})\,[(\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2) - 3r_{12}^{-2}(\mathbf{s}_1 r_{12})(\mathbf{s}_2 r_{12})]. \qquad (15)$$

Тогда расчет будет совершенно аналогичен вычислениям, проведенным нами для магнитных сил. Мы должны только знать зависимость обменного интеграла A от расстояния между атомами. Сделаем естественное допущение, что $A(r) = A_0(r_0)\,e^{-r/R_0}$, где $R_0 \sim r_0$; тогда в матричный элемент возмущения войдет выражение $\left(\frac{2}{r_0} + \frac{1}{R_0}\right)$. Если мы примем, что оно равно $3/r_0$, и если мы обозначим $v_x = \frac{\partial v}{\partial x_0}$, $v_{xy} = \frac{\partial^2 v}{\partial x_0 \partial y_0}$, $A(r_0) = A$, то, поступая так же, как и в предыдущем разделе, мы будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{q=x,y,z} \left|(v_q)_{M_1, M_2; M_1+1, M_2}\right|^2 &= \frac{24}{7} \cdot \frac{A^2}{r_0^2} \cdot \frac{1}{36} s(s+1)^2(2s+1), \\ \sum_{q=x,y,z} \left|(v_q)_{M_1, M_2; M_1+1, M_2+1}\right|^2 &= \frac{432}{7} \cdot \frac{A^2}{r_0^2} \cdot \frac{1}{36} (s+1)^2(2s+1)^2. \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

---

* Среднее внутреннее магнитное поле кристалла сильно зависит от изотропных обменных сил. Поэтому косвенно эти силы будут иметь слабое влияние на спин-решеточную релаксацию. Кроме того, мы не входим в рассмотрение таких процессов перехода энергии от спин-системы к колебаниям решетки, которые не сопровождаются переориентацией спинов; точнее, мы не рассматриваем процессы, связанные с такими изменениями обменных взаимодействий, которые сохраняют в целом намагниченность парамагнетика.

$$\left.\begin{aligned}\overline{\sum_{p,q}\left|(v_{q,p})_{M_1,\,M_2;\,M_1+1;\,M_2}\right|^2} &= 105\,\frac{A^2}{r_0^4}\cdot\frac{1}{36}\,s\,(s+1)^2\,(2s+1).\\ \overline{\sum_{p,q}\left|(v_{q,p})_{M_1,\,M_2;\,M_1+1;\,M_2+1}\right|^2} &= 2147\,\frac{A^2}{r_0^4}\cdot\frac{1}{36}\,(s+1)^2\,(2s+1)^2.\end{aligned}\right\}\quad(17)$$

В случае прямых процессов, подставляя (16) в (2), мы получим для вероятности перехода:

$$A_1 = \frac{16\pi^3}{63}\,Z\,\frac{(g\beta)^3}{h^4}\cdot\frac{A^2}{\rho v^5}\cdot\frac{e^{g\beta H/kT}}{e^{g\beta H/kT}-1}\,s\,(2s+1)\,(s+1)^2\,H^3, \quad (18)$$

$$A_2 = \frac{32\pi^3}{9}\,Z\,\frac{(2g\beta)^3}{h^4}\cdot\frac{A^2}{\rho v^5}\cdot\frac{e^{2g\beta H/kT}}{e^{2g\beta H/kT}-1}\,(2s+1)^2\,(s+1)^2. \quad (19)$$

В случае процессов второго порядка подстановка (17) в (11) дает:

$$A_1 = \frac{\pi^3}{6}\,Z\,\frac{A^2}{\rho^2 v^{10}}\,e^{g\beta H/kT}\,I_6\,s\,(2s+1)\,(s+1)^2, \quad (20)$$

$$A_2 = \frac{10}{3}\,\pi^3 Z\,\frac{A^2}{\rho^2 v^{10}}\,e^{2g\beta H/kT}\,I_6\,(2s+1)^2\,(s+1)^2. \quad (21)$$

Детальное сравнение экспериментальных данных по парамагнитному резонансу с теоретическими расчетами, проведенное Глебашевым [8] для широкого круга веществ, показало, что обменные интегралы достигают значения 10^{-18}—10^{-17} эрг. Это значит, что обменный интеграл A и энергия магнитного взаимодействия $\frac{g^2\beta^2}{r_0^3}$ имеют одинаковый порядок. Следовательно, анизотропные обменные силы могут играть решающую роль в механизме спин-решеточной релаксации.

4. Релаксация в солях с магнитными ионами в *s*-состоянии

Соли, содержащие ионы Mn^{++}, Fe^{+++}, Eu^{++}, Gd^{+++}, занимают среди парамагнетиков особое место. Магнитные ионы этих солей находятся в *s*-состоянии, вследствие чего основной энергетический уровень расщепляется электрическим полем кристалла крайне незначительно. Полное расщепление не превышает обычно 1 см$^{-1}$. Поэтому представляет интерес выяснить, какова природа релаксационного механизма в этих солях: являются ли решающими магнитные и обменные взаимодействия, рассмотренные в разделах 2 и 3, или же преобладающую роль играет спин-решеточное взаимодействие, обусловленное модуляцией электрического поля кристалла колебаниями решетки.

Поэтому на примере солей, содержащих трехвалентный ион железа, мы произведем детальные расчеты времени парамагнитной релаксации, предполагая, что спин-решеточная связь обусловлена элекрическими взаимодействиями. Из исследований парамагнитного резонанса известно, что расщепления основного уровня энергии иона Fe^{+++} кристаллическим полем и внешним магнитным полем H, приложенным в направлении [100], определяются спиновым гамильтонианом [9] следующего вида:

$$H = \frac{1}{6}\,D\left[s_x^4 + s_y^4 + s_z^4 - \frac{1}{3}\,s\,(s+1)\,(3s^2+s-1)\right] + g\beta H s_z. \quad (22)$$

Для железо-рубидиевых квасцов, например, $D = 0{,}0134$ см$^{-1}$ [10]. Если учесть, что основным состоянием Fe^{+++} является ${}^6S_{5/2}$, то при помощи (22)

находятся следующие собственные значения и волновые функции:

$$\left.\begin{aligned}
E_a &= -\frac{1}{2}D - \frac{1}{2}G + \sqrt{(D-2G)^2 + \frac{5}{4}D^2}, & \psi_a &= a_1\Phi_{-5/2} + a_2\Phi_{3/2};\\
E_b &= -\frac{1}{2}D + \frac{1}{2}G + \sqrt{(D+2G)^2 + \frac{5}{4}D^2}, & \psi_b &= b_1\Phi_{-3/2} + b_2\Phi_{5/2};\\
E_c &= D - \frac{1}{2}G, & \psi_c &= \Phi_{-1/2};\\
E_d &= D + \frac{1}{2}G, & \psi_d &= \Phi_{1/2};\\
E_f &= -\frac{1}{2}D - \frac{1}{2}G - \sqrt{(D-2G)^2 + \frac{5}{4}D^2}, & \psi_f &= f_1\Phi_{-5/2} + f_2\Phi_{3/2};\\
E_g &= -\frac{1}{2}D + \frac{1}{2}G - \sqrt{(D+2G)^2 + \frac{5}{4}D^2}, & \psi_g &= g_1\Phi_{-3/2} + g_2\Phi_{5/2}.
\end{aligned}\right\}\quad (23)$$

Здесь $G = g\beta H$, а коэффициенты a_1, a_2, $b_1, \ldots, g_2$ являются довольно сложными функциями D и g; значения этих коэффициентов для простейших случаев будут приведены ниже.

При помощи волновых функций (23) могут быть вычислены матричные элементы оператора спин-решеточного взаимодействия. Эти расчеты были выполнены нами при рассмотрении акустического парамагнитного резонанса [11]; их результаты содержатся там в формуле (27). Вычисления эти были проведены в предположении, что магнитный ион находится в центре октаэдра, в вершинах которого расположены молекулы воды. Действие кристаллического поля на магнитный ион в основном определяется его зарядом e, дипольным моментом воды μ, расстоянием между ионом металла и молекулой воды R и, наконец, средним расстоянием $3d$-электрона от центра атома $\overline{r}$.

Сначала мы рассмотрим спин-решеточное взаимодействие, обусловленное прямыми (однофононными) процессами. Чтобы избежать слишком громоздких вычислений, мы остановимся на следующих практически наиболее интересных частных случаях.

1. Релаксация в слабых магнитных полях; это означает, что энергетические расщепления, вызываемые приложенным магнитным полем, предполагаются на много меньшими расщеплений, создаваемых электрическим полем кристалла, иначе говоря, $g\beta H \ll 3D$.

2. Релаксация в сильных магнитных полях; это значит, что $g\beta H \gg 3D$.

В случае слабых магнитных полей

$$a_1 = b_2 = -f_2 = -g_1 = \sqrt{\frac{5}{6}}, \qquad a_2 = b_1 = f_1 = g_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}. \quad (24)$$

Определив при помощи этих коэффициентов матричные элементы спин-решеточного возмущения по (27) статьи [11] и продолжая дальше расчеты обычным путем, мы получим для вероятности перехода между парой подуровней α и β следующее выражение:

$$A_{\alpha,\beta} = \gamma_{\alpha,\beta}\frac{\pi^3}{h^4\rho v^5}E^3_{\alpha,\beta}\left(\frac{e\mu}{R^2}\right)^2 \Big/ \left(1 - e^{-E_{\alpha\beta}/kT}\right), \quad (25)$$

где

$$\left.\begin{aligned}
\gamma_{ac} &= \gamma_{db} = 155\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} + \frac{45}{32}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2, & \gamma_{ad} &= \gamma_{bc} = 65\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} + \frac{45}{16}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2,\\
\gamma_{af} &= \gamma_{bg} = 540\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} - \frac{9}{64}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2, & \gamma_{bf} &= \gamma_{ag} = 1460\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} - \frac{9}{64}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2,\\
\gamma_{cf} &= \gamma_{dg} = 1485\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} + \frac{45}{32}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2, & \gamma_{fd} &= \gamma_{cg} = 480\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} - \frac{9}{64}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2.
\end{aligned}\right\}\quad (26)$$

Подставив эти выражения для вероятностей перехода в формулу [13], определяющую коэффициент теплопроводности между спин-системой и решеткой, и принимая, что теплоемкость спин-системы определяется магнитными взаимодействиями, мы получим для предельного значения времени релаксации при $H = 0$ следующее выражение:

$$\tau = 4\cdot 10^{-7}\frac{h^4\rho g^2\beta^2 H_i^2 v^5 s\,(s+1)}{D^4\left(\frac{e\mu}{R^2}\right)^2 kT}. \tag{27}$$

Значения коэффициентов γ вычислены при следующем допущении [12]:

$$\overline{r^2} = 4{,}4a_0^2,\quad \overline{r^4} = 30a_0^4,\quad R = 2\cdot 10^{-8}\ \text{см}, \tag{28}$$

где $a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$.

Для того чтобы при помощи (27) вычислить время релаксации, необходимо учесть следующее. Энергия взаимодействия магнитного иона с молекулой воды имеет порядок $e\mu/R^2$. Действие электрического поля кристалла на ионы, находящиеся в s-состоянии, намного слабее, чем в других случаях. Это обстоятельство мы учтем, придавая соответственно меньшие значения дипольному моменту μ. В железо-рубидиевых квасцах кристаллическое поле производит энергетическое расщепление, примерно в 10^6 раз меньшее, чем в таких же солях с другим катионом. Поэтому, принимая $\mu\sim 10^{-24}$, а для остальных величин, входящих в (27), — значения, принятые для других квасцов [3], мы для времени релаксации при температуре $T = 1°$K получим $\tau\approx 10^3$ сек.

В сильном магнитном поле энергетические уровни естественно характеризовать по значениям магнитного квантового числа M. Для вероятностей перехода между подуровнями с магнитными квантовыми числами M и M' мы опять получим формулу (25), но так как теперь

$$a_1 = b_1 = f_2 = g_2 = 0,\quad a_2 = b_2 = f_1 = g_1 = 1, \tag{29}$$

то коэффициенты $\gamma_{MM'}$ будут иметь следующие значения:

$$\left.\begin{aligned}
&\gamma_{5/2,\,3/2} = \gamma_{-3/2,\,-5/2} = 50\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} - \frac{9}{64}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2,\quad \gamma_{5/2,\,-3/2} = \gamma_{3/2,\,-5/2} = 92\left(\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2,\\
&\gamma_{5/2,\,1/2} = \gamma_{-1/2,\,-5/2} = 100\left(\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2,\quad \gamma_{3/2,\,1/2} = \gamma_{-1/2,\,-3/2} = 8\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} + \frac{45}{128}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2,\\
&\gamma_{5/2,\,-1/2} = \gamma_{1/2,\,-5/2} = 390\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} + \frac{45}{32}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2,\\
&\gamma_{3/2,\,-1/2} = \gamma_{1/2,\,-3/2} = 125\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2} + \frac{45}{32}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2,\quad \gamma_{5/2,\,-5/2} = \gamma_{3/2,\,-3/2} = \gamma_{1/2,\,-1/2} = 0.
\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Отсюда обычным путем для времени релаксации получаем

$$\tau = \frac{7h^4\rho v^5}{\pi^3\,(g\beta)^2\left(\frac{e\mu}{R^2}\right)^2 kT}\cdot\frac{1}{\sum\limits_{M>M'}\gamma_{MM'}\,(M-M')^2\,\frac{H^2+\frac{1}{2}H_i^2}{(H^2+H_i^2)^2}}. \tag{31}$$

Принятые значения входящих в эту формулу величин при $T = 1°$K и $H = 1000$ Ое дают $\tau\approx 10^2$ сек. Таким образом, время релаксации мало меняется при переходе от слабых полей к сильным. Это тем более справедливо для релаксации, обусловленной процессами второго порядка. Поэтому, переходя к рассмотрению спин-решеточного взаимодействия, возникающего благодаря комбинационному рассеянию фононов, мы остановимся только на релаксации в сильных полях.

В этих случаях нет необходимости производить новые расчеты. Трехвалентные ионы железа и церия имеют одинаковые квантовые числа полного момента вращения, равные 5/2. Поэтому могут быть использованы вычисления времени релаксации, выполненные автором для солей церия [4]. Эти расчеты дали следующие выражения для вероятностей перехода между энергетическими подуровнями иона металла под влиянием колебаний решетки:

$$A_{fg} = 10(4\pi)^4 \frac{h^2}{\rho^2\Delta^4 v^5}\left(\frac{e\mu}{R^2}\right)^4\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2}-\frac{9}{64}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)\left[\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2}+\frac{27}{32}\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^3 + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{16}\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2}-\frac{95}{32}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2\cdot\frac{9}{16}\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2}+\frac{45}{32}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)\right]\cdot I_8, \tag{32}$$

$$A_{ab} = \frac{32}{5}\pi^4\frac{1}{h^2\rho^2 v^5}\left(\frac{e\mu}{R^2}\right)^4\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2}+\frac{45}{16}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2\left[144\left(\frac{\overline{r^2}}{R^2}+\frac{45}{32}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\overline{r^2}}{R^2}+\frac{27}{32}\cdot\frac{\overline{r^4}}{R^4}\right)^2\right] I_4. \tag{33}$$

Аналогичные выражения получаются для других пар подуровней.

Вероятность перехода между подуровнями a и b будет очень мала, ибо в формулу (33) эффективный дипольный момент воды входит в четвертой степени, а мы видели, что μ в нашем случае в 10^6 раз меньше, чем у солей других элементов. В формулу (32) входит отношение μ к $\Delta = g\beta H$, которые приблизительно пропорциональны друг другу. Поэтому время релаксации мы можем оценить при помощи (32). Подсчет показывает, что оно имеет при температуре жидкого кислорода порядок 10^{-4} сек.

В заключение следует отметить, что в ряде веществ сверхтонкое расщепление энергетических уровней превышает расщепления, вызываемые кристаллическим полем. Это прежде всего относится к солям марганца. В таких случаях может выявиться существенное влияние сверхтонкой структуры энергетических уровней на величину времени спин-решеточной релаксации.

Казанский гос. университет
им. В. И. Ульянова-Ленина

Цитированная литература

1. Waller I., ZS. f. Phys., 79, 370 (1932).
2. Kronig K., Physica, 6, 33 (1939).
3. Van Vleck J. H., Phys. Rev., 57, 426 (1940).
4. Альтшулер С. А., ЖЭТФ, 20, 1047 (1950).
5. Ситников К. П., Диссертация. — Казанский гос. университет, 1954.
6. Opechowski W., Physica, 14, 234 (1948).
7. Ollom J. P., Van Vleck J. H., Physica, 17, 225 (1951).
8. Глебашев Г. Я., ЖЭТФ, 31, вып. 1 (1957).
9. Steevens K. W. H., Proc. Roy. Soc., A 214, 237 (1952).
10. Bleaney B., Trenam R. S., Proc. Phys. Soc., A 65, 560 (1953).
11. Альтшулер С. А., ЖЭТФ, 28, 38 (1955)
12. Van Vleck J. H., Journ. Chem. Phys., 7, 72 (1939).
13. Гортер К., Парамагнитная релаксация.—ИЛ, М., 1949.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

Р. А. ЖИТНИКОВ

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ О ПРИЕМАХ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ ПО ЯДЕРНОМУ ПАРАМАГНИТНОМУ ПОГЛОЩЕНИЮ

В своей первой теоретической работе, посвященной ядерной индукции [1], Блох указал на принципиальную возможность использования радиочастотного ядерного парамагнитного резонанса для проведения изотопического анализа.

Действительно, величина эффекта ядерного резонансного парамагнитного поглощения в условиях медленного прохождения через резонанс определяется выражением [1]:

$$v = \frac{n\gamma^2 I (I+1) \hbar^2 H_0}{3kT} \cdot \frac{|\gamma| H_1 \tau_2}{1 + (\tau_2 \Delta\omega)^2 + (\gamma H_1)^2 \tau_1 \tau_2}, \qquad (1)$$

где n — число ядер исследуемого изотопа в образце, I — спин изучаемых ядер, γ — их гиромагнитное отношение, τ_1 и τ_2 — времена продольной и поперечной релаксации, H_1—амплитуда радиочастотного магнитного поля, ω — его частота, H_0 — напряженность постоянного магнитного поля, $\Delta\omega = |\gamma| H_0 - \omega$.

Правильность выражения (1) для ядерного парамагнитного поглощения в жидких образцах с небольшой вязкостью в тех случаях, когда отсутствует структура линии поглощения, экспериментально проверялась в ряде работ. Так, в работах [2, 3] показано, что для таких образцов форма линии поглощения и зависимость величины эффекта поглощения от амплитуды радиочастотного поля H_1 удовлетворяют выражению (1).

Согласно (1) эффект резонансного поглощения при прочих равных условиях пропорционален n — числу ядер изотопа в образце, что открывает возможность определения изотопического состава образцов методом ядерного парамагнитного резонанса.

Однако величина эффекта резонансного поглощения существенно зависит от времен релаксации τ_1 и τ_2. Эти времена релаксации изменяются в широких пределах в зависимости от типа химического соединения, состава и структуры образца, его агрегатного состояния, температуры, наличия примесей и т. д. Поэтому представляется желательным в некоторых случаях исключать из результатов времена релаксации τ_1 и τ_2. Сделать это можно, повидимому, следующим путем.

Экспериментальные методы исследования ядерного резонансного парамагнитного поглощения позволяют получить резонансную кривую (1) на экране осциллографа [4, 5] и определить площадь S под этой кривой, ширину кривой $2\Delta\omega_{1/2}$ на половине ее высоты и величину максимального эффекта поглощения v_m, соответствующую выражению (1) при $\Delta\omega = 0$. Кроме того, при помощи пишущего или показывающего прибора на выходе установки [6, 7] можно снять кривую зависимости производной $\frac{\partial v}{\partial H_0}$ от $\Delta\omega$ и найти максимальное значение производной $\left(\frac{\partial v}{\partial H_0}\right)_m$ и соответствующее этому значению $\Delta\omega = \Delta\omega_m$.

Из этих величин составим следующие соотношения:

$$R_1 = \frac{v_m \Delta\omega_{1/2}}{H_1} = \frac{n\gamma^2 I(I+1)\hbar^2 H_0}{3kT} |\gamma| [1 + (\gamma H_1)^2 \tau_1\tau_2]^{-1/2}, \quad (2)$$

$$R_2 = \frac{\left(\frac{\partial v}{\partial H_0}\right)_m \cdot \Delta\omega_m^2}{H_1} = \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{n\gamma^2 I(I+1)\hbar^2 H_0}{3kT} \gamma^2 [1 + (\gamma H_1)^2 \tau_1\tau_2]^{-1/2}, \quad (3)$$

$$R_3 = \frac{v_m^2}{\left(\frac{\partial v}{\partial H_0}\right)_m \cdot H_1} = \frac{8\sqrt{3}}{9} \cdot \frac{n\gamma^2 I(I+1)\hbar^2 H_0}{3kT} [1 + (\gamma H_1)^2 \tau_1\tau_2]^{-1/2}, \quad (4)$$

$$R_4 = \frac{S}{H_1} = \frac{1}{H_1} \int_{-\infty}^{\infty} v \cdot d(\Delta\omega) = \pi \frac{n\gamma^2 I(I+1)\hbar^2 H_0}{3kT} |\gamma| [1 + (\gamma H_1)^2 \tau_1\tau_2]^{-1/2}. \quad (5)$$

Правильность этих выражений для сильных магнитных полей ($H_0 \sim 10^3 - 10^4$Oe) легко проверить посредством выражения (1). В левых частях равенств (2) — (5) стоят экспериментально получаемые величины, а правые части пропорциональны n и зависят от τ_1 и τ_2 одинаковым образом — τ_1 и τ_2 содержатся только в квадратной скобке. Правые части этих равенств можно, очевидно, сделать независимыми от τ_1 и τ_2, если вести измерения одним из следующих способов.

1. Из выражения (1) видно, что если изменять H_1, то v_m достигает максимума при

$$H_1 = \frac{1}{|\gamma| (\tau_1, \tau_2)^{1/2}} = H_{1m}. \quad (6)$$

При этом выражение, стоящее в квадратных скобках в равенствах (2) — (5), равно 2 и правые части равенств не зависят от τ_1 и τ_2. Величину H_1, соответствующую условию (6), можно определить, наблюдая изменение v_m при варьировании H_1.

2. Из выражения (1) также следует, что $\left(\frac{\partial v}{\partial H_0}\right)_m$ принимает максимальное значение при

$$H_1 = \frac{1}{\sqrt{2} |\gamma| (\tau_1\tau_2)^{1/2}} = H_{1n}, \quad (7)$$

при котором выражение, стоящее в квадратных скобках равенств (2) — (5), равно $^3/_2$, а правые части перестают зависеть от времени релаксации.

3. Если выбрать величину радиочастотного поля так, чтобы

$$H_1 \ll \frac{1}{|\gamma| (\tau_1\tau_2)^{1/2}}, \quad (8)$$

то равенства (2)—(5) также становятся независимыми от времен релаксации τ_1 и τ_2.

Проводя все измерения при соблюдении одного из условий (6), (7) или (8), можно определять число ядер n' в исследуемом образце, если имеется эталонный образец, для которого известно содержание ядер того же изотопа n''.

Используя одно из равенств (2)—(5), получаем

$$n' = n'' \left(\frac{R_i'}{R_i''}\right). \quad (9)$$

Здесь R_i' и R_i'' — левые части одного из выражений (2)—(5), полученные

с соблюдением условий (6)—(8), соответственно для исследуемого образца и для эталона.

Выражения (2)—(5) при выполнении условий (6)—(8) могут быть также использованы для определения неизвестного спина ядра I_a по эффекту резонансного поглощения. Если I_b — известный спин другого изотопа, то применение, например, равенства (3) дает:

$$I_a(I_a+1) = I_b(I_b+1)\left(\frac{\gamma_b}{\gamma_a}\right)^4\left(\frac{n_b}{n_a}\right)\left(\frac{R_{2a}}{R_{2b}}\right), \tag{10}$$

где все величины со значком a относятся к исследуемому изотопу, а со значком b — к известному.

Из равенств (2), (4) и (5) величина $I_a(I_a+1)$ находится аналогичным путем.

Здесь предполагается, что при измерениях с обоими изотопами поле H_0 остается одинаковым, а изменяется частота. Если же при измерениях частота постоянна, а меняется поле, то в равенствах (2)—(5) следует H_0 заменить на ω по условию $H_0 = \frac{\omega}{|\gamma|}$. Равенства типа (9) и (10) предполагают одинаковое радиотехническое усиление при измерениях с исследуемым и эталонным образцами, а также одинаковую глубину модуляции поля H_0 при измерениях величин производной $\left(\frac{\partial v}{\partial H_0}\right)_m$.

4. Если все экспериментальные данные получить сначала при некотором значении радиочастотной амплитуды $2H_1$, а затем измерить те же величины при H_1, измененном в p раз (p больше или меньше единицы), то при использовании, например, соотношения (5), получим:

$$[1+(\gamma H_1)^2\tau_1\tau_2]^{1/2} = \frac{1}{p}\sqrt{\frac{1-p^2}{\left(\frac{S}{S_p}\right)^2-1}} = D_4, \tag{11}$$

где S — площадь резонансной кривой при радиочастотной амплитуде, равной H_1, а S_p — площадь резонансной кривой при новом значении амплитуды, равном pH_1. Умножив левую часть выражения (5), полученную при радиочастотной амплитуде, равной H_1, на правую часть соотношения (11), получим величину, не зависящую от времен релаксации τ_1 и τ_2.

При использовании равенств (2) — (4) величина площади S в выражении (11) заменяется соответственно одной из величин $v_m \cdot \Delta\omega_{1/2}$, $\left(\frac{\partial v}{\partial H_0}\right)_m \cdot \Delta\omega_m^2$ или $\frac{v_m^2}{\left(\frac{\partial v}{\partial H_0}\right)_m}$. Соответствующие выражения типа (11), полученные подстановкой одной из этих величин, мы будем обозначать D_i.

Используя соотношение типа (11) и одно из выражений (2) — (5), можно найти число ядер исследуемого изотопа в образце n'. Если n'' — известное число ядер того же изотопа в эталонном образце, то

$$n' = n''\left(\frac{R_i'}{R_i''}\right)\left(\frac{D_i'}{D_i''}\right). \tag{12}$$

Выражение (11) можно также использовать для определения неизвестного ядерного спина I_a. Если I_b — известный спин другого изотопа, то, используя, например, равенство (3), получим:

$$I_a(I_a+1) = I_b(I_b+1)\left(\frac{\gamma_b}{\gamma_a}\right)^4\left(\frac{n_b}{n_a}\right)\left(\frac{R_{2a}}{R_{2b}}\right)\left(\frac{D_{2a}}{D_{2b}}\right). \tag{13}$$

Здесь предполагается, что измерения для обоих изотопов проводятся при одинаковом постоянном поле H_0.

Все сделанные выше замечания об использовании соотношений (9) и (10) относятся также и к применению выражений (12) и (13).

Из соотношения (1) следует, что выражение для полуширины $\Delta\omega_{1/2}$ резонансной кривой ядерного парамагнитного поглощения имеет вид:

$$\Delta\omega_{1/2} = \sqrt{3}\,\Delta\omega_m = \frac{1}{\tau_2}\left[1 + (\gamma H_1)^2 \tau_1\tau_2\right]^{1/2}. \qquad (14)$$

Измеряя величины $\Delta\omega_{1/2}$ или $\Delta\omega_m$ при выполнении одного из условий (6) — (8), можно определить время релаксации τ_2.

Измерив величины, стоящие в левых частях одного из равенств (2)—(5), при двух значениях радиочастотной амплитуды H_1 и pH_1 и используя соотношения типа (11), можно по выражению (14) найти величину τ_2:

$$\tau_2 = \frac{D_i}{\Delta\omega_{1/2}} = \frac{D_i}{\sqrt{3}\,\Delta\omega_m}. \qquad (15)$$

При этом измерения можно вести и в условиях частичного насыщения, когда величина радиочастотного поля больше значений (6), (7). Найдя τ_2, можно из выражений (11) или (14) оценить и время релаксации τ_1.

При всех рассуждениях, связанных с определением времен релаксации τ_1 и τ_2, предполагалось, что ширина резонансной линии определяется не неоднородностью поля H_0, а условием (14).

Нахождение величин D_4 выражения (11) как для эталонного образца с известными временами релаксации τ_1 и τ_2, так и для исследуемого образца, должно позволить определять у последнего произведение $\tau_1 \cdot \tau_2$ также и в том случае, когда неоднородность поля H_0 создает дополнительное уширение линии, превосходящее ее естественную ширину (14).

Определение содержания изотопа, спина ядра и времен релаксации, связанное с соблюдением условий (6) или (7), повидимому, можно производить в большинстве случаев лишь с весьма малой точностью. Низкая точность в этих случаях обусловливается прежде всего тем, что функции $v_m = f_1(H_1)$ и $\left(\frac{\partial v}{\partial H_0}\right)_m = f_2(H_1)$ обладают очень пологим максимумом, вследствие чего трудно обеспечить выполнение условий (6) и (7) с большой точностью. Ошибки же в определении H_{1m} и H_{1n} вносят ошибки в правые части соотношений (9), (10) и (14). Кроме того, выполнение условий (6) или (7) для большого числа различных образцов связано с необходимостью варьировать в широких пределах радочастотный ток и измерять с большой точностью радиочастотное поле H_1, что должно создать известные экспериментальные трудности.

Выполнение условия (8) может встретить затруднения в случае больших времен релаксации, а также приводит к уменьшению величины поглощаемой радиочастотной мощности, так как радиочастотное поле много меньше оптимальных значений (6) и (7).

Применение двух значений радиочастотного поля H_1 и pH_1 с использованием соотношения типа (11) свободно от перечисленных выше недостатков, связанных с соблюдением условий (6)—(8). Этот прием должен давать наибольшую точность и легче других осуществляться на практике, так как радиочастотные поля H_1 и pH_1 в этом случае в значительной мере произвольны и не требуется точное определение их величины, нужно только, чтобы H_1 и pH_1 были одинаковы для изучаемого и эталонного образцов. Поэтому величины H_1 и pH_1 могут быть взяты вблизи значений (6) или (7), что позволит вести измерения при оптимальных условиях.

Все приведенные выше рассуждения, конечно, имеют силу только в случае, когда справедливо выражение (1), т. е. когда отсутствует структура линии, вызванная квадрупольным взаимодействием и взаимодей-

ствием ядерных спинов, и лишь при выполнении условия медленного прохождения через резонанс.

Использование соотношений (2), (3) и (4) возможно, повидимому, только при наличии такой однородности поля H_0, что форма и ширина резонансной линии определяются соответственно выражениями (1) и (14), а не однородностью поля в объеме образца. Это условие не является обязательным при использовании соотношения (5).

Когда настоящая заметка была уже написана, в печати появились работы [3, 8], в которых соотношение (10) было использовано для определения ядерных спинов изотопов Ca^{43}, Ti^{47} и Ti^{49}, причем измерения производились при выполнении условия (8).

Как отмечалось в работе [9], для достоверного определения ядерных спинов, имеющих значения, равные или бóльшие $^5/_2$, требуется повышение точности измерений и методики их обработки. С этим последним требованием связано использование соотношения (10) в работах [3, 8]. При определении ядерных спинов могут, повидимому, оказаться полезными также соотношения типа (11) и (13), о преимуществах которых сказано выше.

В работе [5] сравнение площадей резонансных кривых для протонов, входящих в состав различных радикалов органического соединения, использовалось для определения числа протонов, обусловливающих каждую резонансную кривую, и решения вопроса, какой резонансный пик с каким радикалом связан. При этом было обнаружено, что протонные резонансные кривые имеют различную ширину для различных радикалов одного и того же соединения. Это свидетельствует о том, что времена релаксации различны в разных радикалах того же соединения. Поэтому более достоверные данные типа тех, которые приведены в работе [7], вероятно, могут быть получены в некоторых случаях, если кроме выражения (5) использовать также соотношения (11) и (12) и полностью исключить из результатов времена релаксации.

Казанский гос. педагогический
институт

Цитированная литература

1. Bloch F., Phys. Rev., **70**, 460 (1946).
2. Alder F., Yu F. C., Phys. Rev., **81**, 1067 (1951).
3. Jeffries C. D., Phys. Rev., **90**, 1130 (1953).
4. Bloembergen N., Purcell E. M., Pound R. V., Phys. Rev., **73**, 679 (1948).
5. Arnold J. T., Dharmatti S. S., Packard M. E., Journ. Chem. Phys., **19**, 507 (1951).
6. Proctor W. G., Phys. Rev., **79**, 35 (1950).
7. Pound R. V., Knight W. D., Rev. Sci. Instr., **21**, 219 (1950).
8. Jeffries C. D., Phys. Rev., **92**, 1262 (1953).
9. Proctor W. G., Yu F. C., Phys. Rev., **81**, 20 (1951).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

М. М. ЗАРИПОВ

СВЕРХТОНКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ ПРОСТЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ УРОВНЕЙ ПАРАМАГНЕТИКОВ

Постановка задачи

В последние годы для определения моментов атомных ядер широко используются методы ядерного и электронного парамагнитного резонанса. При исследовании ядерного магнитного резонанса наблюдаются резонансные линии поглощения радиочастотного поля, обусловленные изменением ориентации ядерного спина по отношению к приложенному постоянному магнитному полю. Ядерный резонанс исследуется обычно в суммарно-диамагнитных веществах. В парамагнетиках изучение ядерного резонанса возможно в тех случаях, когда исследуемое ядро принадлежит атому, не обладающему электронным магнетизмом. Если же ядро относится к парамагнитному атому, то взаимодействие данного ядра с электронным магнитным моментом крайне усложняет явление парамагнитного резонанса (ПР) и в большинстве случаев делает эффект не наблюдаемым.

Определение моментов ядер при помощи электронного резонанса возможно путем изучения сверхтонкой структуры (СТС) линий поглощения. До сих пор при исследовании электронного ПР изучались только такие линии, которые обусловлены переходами между магнитными подуровнями, возникающими в результате расщепления вырожденного или квазивырожденного электронного уровня энергии во внешнем постоянном магнитном поле. Под квазивырожденными уровнями энергии мы понимаем такие уровни, интервалы между которыми в отсутствие внешнего магнитного поля не превышают 1—2 см $^{-1}$, так что переходы между ними соответствуют радиочастотам.

Данная работа посвящена теории ПР, обусловленного переходами между подуровнями СТС одиночных электронных уровней энергии парамагнитных ионов. Этот случай можно рассматривать как промежуточный между явлениями ядерного и электронного магнитного резонанса. Существо задачи заключается в следующем. Хорошо известно [1], что средний магнитный момент электронной оболочки атома, состояние которого в отсутствие магнитного поля является невырожденным, равен нулю. Если принять во внимание спин ядра, то уровень энергии становится вырожденным, и в первом приближении магнетизм атома обусловлен ядерным магнитным моментом. Влияние остальных электронных уровней на рассматриваемый приводит к тому, что во втором приближении магнитный момент одиночного электронного уровня не будет чисто ядерным. Величина дополнительного магнитного момента μ' зависит от СТС и от расстояний между электронными уровнями. Порядок величины μ' может быть получен из выражения:

$$\mu' \approx \frac{A}{\Delta E}\beta,$$

где A — константа СТС, а ΔE — интервал между электронными уровнями. В ряде случаев $A \approx 5\cdot10^{-2}$ см $^{-1}$ и $\Delta E < 5$ см $^{-1}$, и, следовательно, магнитный момент имеет величину, помежуточную между ядерными и электронными значениями — $\mu' \approx 0{,}01\,\beta$. Из этого вытекает, что как по положению резо-

нансных линий, так и по их интенсивности рассматриваемый нами эффект будет действительно промежуточным между явлениями электронного и ядерного ПР.

Хорошо известно, что одиночные электронные уровни энергии возникают в тех случаях, когда число неспаренных электронов парамагнитного иона будет четным [2]. Поэтому наши расчеты будут относиться только к трехзарядным ионам редких земель с четным числом валентных электронов.

Из элементов группы железа рассмотрены Cr^{++} и V^{+++}, для которых из экспериментальных данных известно, что синглеты находятся на небольших расстояниях от других электронных уровней энергии. Случай Ni^{++} аналогичен случаю V^{+++}.

Спиновый гамильтониан для расчета СТС простых уровней ионов редких земель; правила отбора для магнитных дипольных переходов между подуровнями СТС

Исходя из общей теории спектров ПР в кристаллах редкоземельных соединений [3], гамильтониан задачи можно записать в следующем виде:

$$\mathscr{H} = \lambda(\mathbf{LS}) + V + a(\mathbf{NI}) + \beta\mathbf{H}(\mathbf{L}+2\mathbf{S}) + P\left[I_z^2 - \frac{1}{3}I(I+1)\right] - \gamma\beta_N\mathbf{HI}, \quad (1)$$

где λ — константа спин-орбитального взаимодействия, V — энергия иона в электрическом поле кристалла, P — константа квадрупольного взаимодействия.

Хорошо известно, что ширина мультиплета в солях редких земель больше расщеплений, вызываемых электрическим полем кристалла. Поэтому, следуя теории возмущений, при решении уравнения (1) мы должны сначала рассматривать расщепления, обусловленные спин-орбитальным взаимодействием, и после этого учитывать влияние кристаллического поля. Расщепление нижнего мультиплетного уровня свободного иона мы рассматриваем в электрическом поле с симметрией C_{3h} (редкоземельные этилсульфаты, броматы, нитраты, форматы). Влияние соседнего мультиплетного уровня в нашем случае пренебрежимо мало́. Вывод спинового гамильтониана для расчета СТС простых уровней редких земель мы проводим так же, как и для тех ионов группы железа, у которых нижний штарковский уровень не расщепляется в первом приближении спин-орбитальным взаимодействием.

Принимая ось симметрии электрического поля за ось Z, можно показать, что искомый спиновый гамильтониан имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_{\text{спин}} = {} & a^2(\langle J\|N\|J\rangle)^2(C_{ZZ}-C_{XX})I_z^2 + 2aC_{ZZ}\beta\langle J\|N\|J\rangle H_Z I_Z + \\ & + 2a\langle J\|N\|J\rangle\langle J\|\lambda\|J\rangle\beta C_{XX}(H_X I_X + H_Y I_Y) + \\ & + P\left[I_Z^2 - \frac{1}{3}I(I+1)\right] - \gamma\beta_N\mathbf{HI},\end{aligned} \quad (2)$$

где

$$C_{ZZ} = \sum_{n\neq 0}\frac{|\langle 0|J_Z|n\rangle|^2}{W_0 - W_n}, \qquad C_{XX} = \sum\frac{|\langle 0|J_X|n\rangle|^2}{W_0 - W_n},$$

$$\langle J\|N\|J\rangle, \qquad \langle J\|\lambda\|J\rangle, \qquad a = \frac{2\gamma\beta\beta_N}{r^3}$$

— константы, характеризующие данный ион, и $\langle 0|$ — волновая функция одиночного уровня энергии.

Искать собственные значения этого гамильтониана при помощи метода возмущений, принимая за невозмущенный гамильтониан взаимодействие с постоянным магнитным полем, нельзя, так как при используемых в настоящее время величинах магнитных полей все его члены имеют примерно

одинаковый порядок величины. Поэтому решение этой задачи необходимо проводить, учитывая одновременно все члены гамильтониана. Нетрудно видеть, что при произвольном направлении магнитного поля по отношению к оси Z дело сводится к решению нераспадающегося векового уравнения большего порядка — $2I+1$. Вследствие этого мы будем рассматривать случай, когда магнитное поле $\mathbf{H}$ параллельно оси Z. Тогда (2) запишется в следующем виде:

$$\mathscr{H}_{\text{спин}} = \alpha I_Z^2 + \delta\beta H I_Z + P\left[I_Z^2 - \frac{1}{3} I(I+1)\right] - \gamma\beta_N H I_Z. \qquad (3)$$

Здесь

$$\alpha = a^2 (\langle J \| N \| J \rangle)^2 (C_{ZZ} - C_{XX}), \quad \delta = 2a \langle J \| N \| J \rangle \langle J \| \lambda \| J \rangle C_{ZZ}.$$

Дальнейшие расчеты заключаются в основном в вычислении коэффициентов α и δ, так как определение собственных значений (3) тривиально.

Вычисление вероятностей магнитных дипольных переходов между уровнями энергии, определяемых гамильтонианом (2), приводит к следующим правилам отбора: если переменное магнитное поле направлено вдоль оси Z, то оно не будет возбуждать дипольные переходы между подуровнями СТС; если же переменное магнитное поле направлено вдоль оси X, то разрешены переходы между соседними подуровнями СТС. Эти правила отбора в первом приближении не зависят от направления постоянного магнитного поля по отношению к оси симметрии электрического поля.

В таблице приведены вычисленные величины коэффициентов спинового гамильтониана (3) и относительные величины вероятностей магнитных дипольных переходов, о которых говорилось выше.

Величины коэффициентов α, δ и вероятностей переходов *

Ион	Расстояние одиночного уровня энергии от основного, см⁻¹	$\alpha\cdot10^{-3}$, см⁻¹	$\delta\cdot10^{-3}$, см⁻¹	Относительные вероятности
Pr^{+++}	98	—0,096	—1,97	1**
	277	0,096	0	1
	332	—0,0023	1,97	1
Eu^{+++}	$^6F_0$	—0,015	—0,26	1/3
Tb^{+++}	0	$0{,}1\ \mu_N^2$	$-6{,}8\ \mu_N$	10
	34	$-0{,}24\ \mu_N^2$	$-13\ \mu_N$	10
	58	$0{,}21\ \mu_N^2$	$13\ \mu_N$	10
Ho^{+++}	0	$0{,}29\ \mu_N^2$	$-8\ \mu_N$	100
	50	$-0{,}23\ \mu_N^2$	$-2{,}6\ \mu_N$	100
	75	$-0{,}12\ \mu_N^2$	$-3{,}1\ \mu_N$	100
	85	$0{,}04\ \mu_N^2$	$8{,}7\ \mu_N$	10
	189	$-0{,}17\ \mu_N^2$	$3{,}1\ \mu_N$	100
Tm^{+++}	0	$-0{,}53\ \mu_N^2$	$-0{,}10\ \mu_N$	10
	26	$-1\ \mu_N^2$	$-0{,}013\ \mu_N$	10
	30	$0{,}013\ \mu_N^2$	$-0{,}012\ \mu_N$	30
	51	$2{,}8\ \mu_N^2$	$0{,}013\ \mu_N$	10
	138	$-7{,}1\ \mu_N^2$	$0{,}01\ \mu_N$	30

* Подробные расчеты величин коэффициентов и вероятностей можно найти в работе [4].

** За единицу принята величина вероятности перехода, в 4 раза бо́льшая, чем вероятность в случае ядерного резонанса.

Расчеты по элементам группы железа V^{+++} и Cr^{++} проведены на основе езультатов, полученных при исследовании тонкой структуры спектра IР [5]. Выяснено, что как по интенсивностям резонансных линий, так по их положению рассматриваемый эффект мало отличается от ядерного агнитного резонанса.

Заключение

В заключение мы остановимся на некоторых особенностях ПР, обусловенного переходами между подуровнями СТС простых электронных уровей энергии и, кроме того, рассмотрим возможности его эксперименталього обнаружения.

При исследовании ПР ионов с целым спином (четное число валентных лектронов) всегда возникают трудности, связанные с эффектом Яна — Телэра [6]. Ван-Флек [7] рассмотрел этот эффект для кристаллов. Он показл, что в случае редкоземельных элементов расщепления вырожденных ровней энергии благодаря данному эффекту малы и имеют порядок 01 $см^{-1}$. Но такие расщепления как раз очень существенны для радиоректроскопических исследований. Кроме эффекта Яна — Теллера, отклонеия от основной симметрии электрического поля могут быть вызваны и ругими факторами. Например, в этилсульфатах редких земель подобые отклонения могут быть обусловлены структурой радикала этилсульата. Поэтому интерпретация спектров ПР солей редкоземельных элеменов с четным числом электронов крайне затруднительна.

Очевидно, что рассмотрение обсужденного в данной работе эффекта связано с преодолением указанных выше трудностей.

Сравнение экспериментально полученных величин a, δ и P с рассчитанами даст возможность провести оценку магнитного дипольного и электриеского квадрупольного моментов ядра.

Обнаружение обсуждаемого эффекта зависит не только от интенсивноей линий поглощения, величины которых мы обсудили в каждом конретном случае, но также и от ширины линий поглощения. Ширина линии Р определяется спин-спиновым и спин-решеточным взаимодействиями. ак как с исследуемым простым электронным уровнем энергии связан алый магнитный момент, то можно ожидать, что времена как спин-спиовой, так и спин-решеточной релаксаций будут промежуточными между чисто ядерными и чисто электронными значениями. Отсюда следует, то экспериментальное обнаружение этого эффекта не будет представлять собых трудностей.

Дальнейшее развитие теории этого вопроса должно быть связано с деальным расчетом ширины линии поглощения, обусловленной спин-спиноым взаимодействием, а также вычислением времен спин-решеточной реаксации.

Наконец, отметим, что подобный эффект может иметь место и в соедиениях элементов других переходных групп.

Казанский гос. университет
им. В. И. Ульянова-Ленина

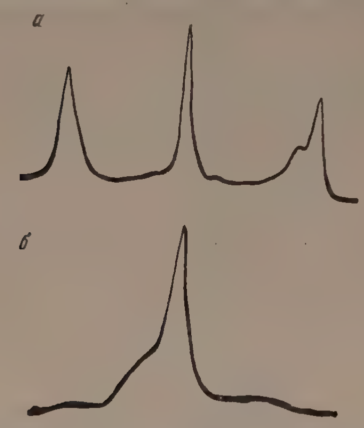
Цитированная литература

Ландау Л., Лифшиц Е., Квантовая механика, стр. 101.— Гостехиздат, М.—Л., 1948.
Bethe H., Ann. d. Phys., 3, 133 (1929).
Elliott R. J., Stevens K. W. H., Proc. Roy. Soc., A218, 553 (1953).
Зарипов М. М., Диссертация.— Казанский гос. университет, 1955.
Ono K., Koide S., Seiyama H., Abe H., Phys. Rev., 96, 38 (1954).
Jahn H. A., Teller E., Proc. Roy. Soc., A 161, 220 (1937).
Van Vleck J. H., J. Chem. Phys., 7, 72 (1939).

М. М. ЗАРИПОВ и Ю. Я. ШАМОНИН

ЭЛЕКТРОННЫЙ ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В ЕСТЕСТВЕННЫХ БЕРИЛЛАХ

При исследовании парамагнитного резонанса на частоте 9655 МН пяти естественных монокристаллов берилла обнаружен спектр пара магнитного резонансного поглощения. Характер спектра — число линий их относительное расположение и интенсивности — сильно зависит о направления постоянного магнитног поля H по отношению к кристаллогра фическим осям кристалла. На рисунк приведен общий вид спектра, полученног на образце № 2.



Зависимость спектра парамагнитного резонансного поглощения монокристалла берилла от направления магнитного поля по отношению к оптической оси кристалла: *а* — параллельно оптической оси, *б* — перпендикулярно оптической оси

Измерения проведены обычным мето дом [1] при комнатной температуре. Вели чина напряженности постоянного магнит ного поля определялась при помощи про тонного резонанса с точностью 0,1% Резонансные значения постоянного маг нитного поля, измеренные в случаях, ко гда постоянное магнитное поле парал лельно и перпендикулярно оптическо оси кристалла, приведены в таблице Следует указать, что точность определения резонансных значений H в большинств случаев зависит от ширины линии, по этому она была гораздо меньше указанно выше. Есть основания полагать, что шири на линии в исследованных образцах опре деляется спин-решеточным взаимодействи ем. Измерения при низких температура позволили бы проверить эту точку зрения; в этом случае удалось бы более точно определить положение резонансных линий поглощения.

В состав монокристаллов чистых бериллов $(Al_2Be_3(SiO_3)_6)$ не входя парамагнитные атомы, поэтому появление спектра поглощения парамаг

Резонансные значения постоянного магнитного поля (в Ое) для монокристалла берилла

№ образца	Поле параллельно оптической оси кристалла					Поле перпендикулярно оптической оси кристалла				
	1	2	3	4	5*	1	2	3	4	5*
1	2852	—	3436	3962	4040	2982	3329	3446	—	—
2	2868	—	3437	3945	4040	3010	3329	3446	—	3854
3	2848	—	3439	3974	4056	2982	3306	3445	—	3844
4	2861	—	3439	3969	4050	2977	3325	3447	—	—
5	2860	—	3437	—	4033	—	—	3439	—	—
Среднее	2856	—	3437	3962	4044	2988	3320	3445	—	3849
Расчет	2856	2922	3437	3962	4048	3017	3341	3433	3517	3891

* 1—5 обозначают номера линий.

нитного резонанса обусловлено поглощением энергии высокочастотного поля парамагнитными примесями, которые включены в решетку берилла. Из анализа наблюденного спектра можно заключить, что он принадлежит ионам Fe^{+++}, которые могут изоморфно замещать Al^{+++} в решетке берилла. Оптический спектральный анализ, проведенный Столовым, подтверждает наличие железа в исследованных нами образцах берилла.

Кристаллы берилла имеют гексагональную симметрию. Ближайшим окружением атомов алюминия в берилле являются атомы кислорода, расположенные в вершинах октаэдра, причем атом алюминия, так же как и в решетке рубина [2], находится здесь не в центре октаэдра, а смещен вдоль его тригональной оси, являющейся оптической осью кристалла. Поэтому парамагнитный ион Fe^{+++} находится под воздействием электростатического поля тригональной симметрии.

Расчет тонкой структуры спектра парамагнитного резонанса заключается в определении расщепления основного состояния парамагнитного иона под действием электрического поля кристалла и постоянного магнитного поля, а также в установлении правил отбора для магнитных дипольных переходов между получаемыми спиновыми уровнями энергии. Такой расчет для иона Fe^{+++} в квасцах проведен в работе [3]. Как известно, парамагнитный ион в квасцах находится под влиянием электрического поля тригональной симметрии, поэтому при интерпретации наблюденного спектра мы будем пользоваться результатами упомянутой работы.

Для вычисления констант a, D и F, входящих в спиновый гамильтониан задачи и характеризующих степень связи парамагнитного иона с внутренним электростатическим полем кристалла, мы провели следующую идентификацию В случае, когда постоянное магнитное поле направлено вдоль оптической оси кристалла, первая линия поглощения возникает вследствие перехода $M = {}^3/_2 \longleftrightarrow {}^1/_2$, третья — $M = {}^1/_2 \longleftrightarrow -{}^1/_2$, четвертая — $M = -{}^5/_2 \longleftrightarrow -{}^3/_2$. Используя резонансные значения H, усредненные по всем пяти образцам, получаем: $a = 152$ Ое, $D = 178$ Ое и $F = 8$ Ое. Фактор спектроскопического расщепления g можно с большой степенью точности считать равным 2,00, так как рассматривается ^6S-состояние. При помощи полученных значений констант можно легко найти энергетические расстояния между тремя крамерсовыми дублетами, на которые расщепляется электрическим полем основной уровень Fe^{+++} в берилле. Эти расстояния оказываются равными 0,058 см$^{-1}$ и 0,050$_5$ см$^{-1}$.

Помимо указанных трех линий поглощения, расчет выявляет еще две линии. Положение одной из этих линий, обусловленной переходом $M = -{}^3/_2 \longleftrightarrow -{}^1/_2$, хорошо совпадает с пятой из наблюденных линий поглощения. Резонансное значение постоянного магнитного поля линии, возникающей при переходе $M = {}^5/_2 \longleftrightarrow {}^3/_2$, равно 2922 Ое. Несимметричность первой линии поглощения, очевидно, обусловлена этим переходом.

Расчет спектра в случае, когда постоянное магнитное поле направлено перпендикулярно оптической оси кристалла, показывает, что спектр должен состоять также из пяти линий поглощения. В этом случае благодаря большой ширине и перекрыванию последних двух линий положение четвертой фиксировать не удается. Несколько худшее согласие экспериментальных и рассчитанных резонансных величин H для остальных линий объясняется указанной выше причиной.

Результаты этой работы показывают, что в некоторых случаях методом парамагнитного резонанса можно проводить качественный анализ минералов на содержание парамагнитных включений.

Казанский гос. университет
им. В. И. Ульянова-Ленина

Цитированная литература

1. Зарипов М. М., Шамонин Ю. Я., ЖЭТФ, **30**, 291 (1956).
2. Ормонт Б. Ф., Структуры неорганических веществ.— ГИТТЛ, М.—Л., 1950.
3. Bleaney B., Trenam R. S., Proc. Roy. Soc., **A 223**, 1 (1954).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 195

Н. М. ИЕВСКАЯ

О ФОРМЕ СИГНАЛОВ ПРИ МАГНИТНОМ РЕЗОНАНСЕ АТОМНЫХ ЯДЕР В СЛУЧАЕ СРЕДНИХ ВРЕМЕН РЕЛАКСАЦИИ

При магнитном резонансе атомных ядер на поведение вектора намагниченности, обусловленного ядерным магнетизмом, помимо внешних магнитных полей (постоянного и высокочастотного), как известно, оказывают влияние также внутренние поля, вызванные взаимодействием ядер друг с другом и с другими составными элементами окружающего вещества, характеризуемые временами продольной и поперечной релаксации [1—7]. Таким образом, наблюдение магнитного резонанса атомных ядер и изучение формы возникающих на осциллографе радиочастотных сигналов, помимо возможности измерения магнитного момента ядра, позволяет определять времена продольной и поперечной релаксации, величина которых, в свою очередь, позволяет судить о структуре среды, окружающей ядро.

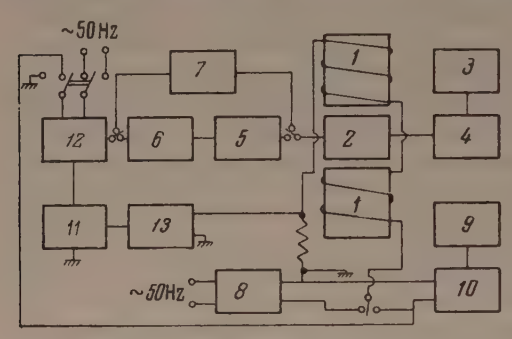


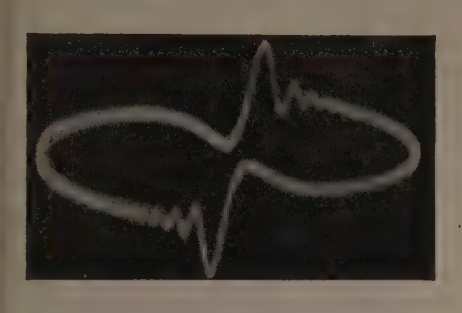
Рис. 1. Скелетная схема установки: *1* — электромагнит, *2* — схема, содержащая образец, *3* — высокочастотный генератор, *4* — усилитель мощности, *5* — усилитель промежуточной частоты, *6* — детектор, *7* — приемник, *8* — трансформатор, *9* — звуковой генератор, *10* — усилитель мощности, *11* — осциллограф, *12* — вертикальный и *13* — горизонтальный фазовращатели

В настоящей работе изучается форма сигналов дисперсии и поглощения, возникающих в слабом и сильном высокочастотном магнитном поле при синусоидальной модуляции продольного магнитного поля в случае средних времен релаксации, т. е. в случае, когда период модулирующего магнитного поля T_m и времена релаксации (продольной — τ_1 и поперечной — τ_2) являются сравнимыми величинами. (Слабыми и сильными высокочастотными полями называются поля [6], при наложении которых вектор намагниченности в момент резонанса соответственно или почти не отклоняется от своего равновесного состояния, или испытывает сильное возмущение и опрокидывается.)

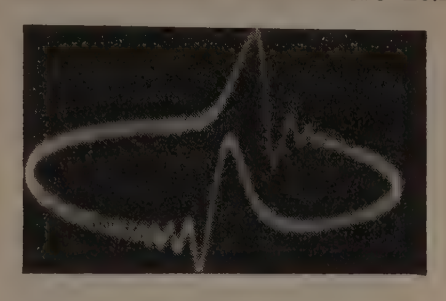
Для наблюдения сигналов, возникающих при магнитном резонансе атомных ядер, была разработана и осуществлена специальная установка, скелетная схема которой дана на рис. 1. Образец помещался в межполюсной зазор электромагнита. Для раздельного наблюдения сигналов дисперсии и поглощения применялась схема с двумя перпендикулярными катушками с электрической компенсацией [8]. Образец помещался в зазор электромагнита (*1*). Схема (*2*), содержащая образец, соединялась с высокочастотным генератором (*3*) и усилителем мощности (*4*). Для усиления и детектирования сигналов применялись или усилитель промежуточной частоты (*5*) с детектором (*6*), или приемник (*7*). Модуляция магнитного поля производилась при помощи дополнительной обмотки электромагнита, питаемой или от сети через трансформатор (*8*), или от звукового генератора (*9*) через усилитель мощности (*10*). Для наблюдения сигналов на осцилло-

графе (*11*) применялась эллиптическая развертка (синхронная с модулирующим магнитным полем), для создания которой на вертикальный и горизонтальный входы осциллографа через фазовращатели (*12* и *13*) подавалось дополнительное напряжение модулирующей частоты.

Экспериментальные исследования производились при следующих условиях работы установки: частота высокочастотного магнитного поля



а



б

Рис. 2. Форма сигналов дисперсии (*а*) и поглощения (*б*) в слабом высокочастотном магнитном поле при неадиабатическом прохождении через резонанс. Осциллограммы получены от водного раствора 0,5 *M* $CuSO_4$ при условиях: $f_m = 50$ Hz, $H_m = 2{,}38$ Oe, $H_1 = 0{,}1$ Oe

$\nu = 12{,}5$ MHz, половина амплитуды высокочастотного магнитного поля $H_1 = 0{,}01 \div 1$ Oe, величина постоянного магнитного поля $H_0 = 2960$ Oe, частота модулирующего магнитного поля $f_m = 50 \div 500$ Hz, амплитуда модулирующего магнитного поля $H_m = 1 \div 35$ Oe, объем исследуемого образца $0{,}5 \div 0{,}8$ см³.

Во всех экспериментах мы изучали резонанс протонов. Исследования проводились с дестиллированной водой, с водными растворами различных концентраций сернокислой меди и окисного азотнокислого железа, с парафином, с глицерином и на различных образцах синтетического каучука.

Как было сказано выше, форма возникающих на осциллографе сигналов дисперсии и поглощения зависит от значения времен продольной и поперечной релаксации и от внешних условий, в том числе: амплитуды высокочастотного магнитного поля, амплитуды и частоты модулирующего магнитного поля, расстояния по времени между сигналами.

На рис. 2 представлены осциллограммы сигналов дисперсии (*а*) и поглощения (*b*) в слабом высокочастотном магнитном поле при неадиабатическом прохождении через резонанс.

На основе анализа формы сигнала дисперсии, возникающего в слабом высокочастотном магнитном поле при условии $T_m/\tau_2 > 1$, была разработана методика измерения времени поперечной релаксации τ_2 [9]. Была рассчитана зависимость расстояния между первым и вторым экстремумами сигнала дисперсии от времени поперечной релаксации и скорости модуляции (рис. 3). На графике

$$\Delta r = \sqrt{\frac{|\gamma| H_m \omega_m}{2}} \Delta t, \qquad \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\tau_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 |\gamma| H_m \omega_m}}, \tag{1}$$

где Δt — расстояние по времени между первым и вторым экстремумами, γ — гиромагнитное отношение.

Определение зависимости Δr от $\frac{\alpha}{2}$ было сведено к решению трансцендентного уравнения, полученного из уравнений Блоха. Таким образом, измеряя расстояние между максимумом и минимумом сигнала дисперсии, можно, пользуясь расчетным графиком и приведенными формулами, определить время поперечной релаксации τ_2.

Анализ формы сигнала, возникающего при наложении сильного высокочастотного магнитного поля в случае средних времен релаксации, представляет большой интерес, так как часто реализуется при эксперименте. Общее решение для формы сигнала в сильных высокочастотных магнитных полях в случае произвольных времен релаксации при симметричной модуляции дано в [1, 10]. Однако это решение дано в форме интеграла, не выражающегося через табулированные функции, и в настоящее время не представляется возможным применить его к анализу формы возникающих сигналов для определения значений времен релаксации.

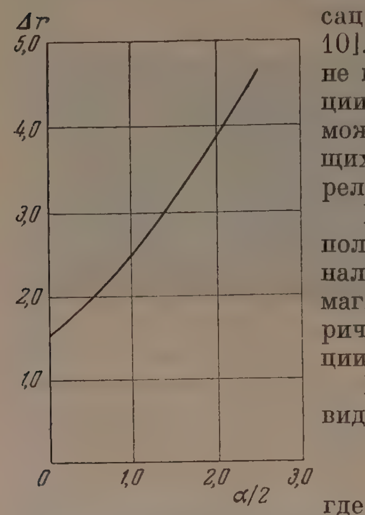


Рис. 3. Зависимость расстояния между первым и вторым экстремумами сигнала дисперсии в слабом высокочастотном магнитном поле от времени поперечной релаксации при условии $T_m/\tau_2 > 1$

Методом численного интегрирования было получено приближенное решение для формы сигнала дисперсии в случае сильного высокочастотного магнитного поля при симметричной и несимметричной модуляции для средних времен релаксации.

При симметричной модуляции решение имеет вид:

$$u(x) = u(x_\tau)\frac{g(x_\tau)}{g(x)}\exp\{f(x_\tau) - f(x)\}, \qquad (2)$$

где

$$f(x) = \nu x + \frac{\mu - \nu}{\sqrt{1+k^2}}\operatorname{arc\,tg}(\sqrt{1+k^2}\operatorname{tg} x),$$

$$g(x) = \left[1 + k^2\sin^2 x\right]^{1/2},$$

$$x = \omega_m t, \quad \nu = \frac{1}{\omega_m\tau_1}, \quad \mu = \frac{1}{\omega_m\tau_2}, \quad k = \frac{H_m}{H_1},$$

t — время, x_τ — время, когда при приближении к резонансу сигнал достигает половины максимального значения ($u(x_\tau) = 0{,}5\,u_{max}$). На рис. 4 даны пределы применимости приближенного решения для двух значений k. Если при выбранном k значения μ и ν лежат внутри соответствующей области, то форма сигнала дисперсии описывается приведенным выражением (2) с точностью до 10%.

В условиях, когда постоянное магнитное поле, на которое наложено модулирующее магнитное поле, отличается от резонансного значения, сигналы возникают не в центре осциллограммы.

Приближенное решение для формы сигнала дисперсии при несимметричной модуляции было получено в виде:

$$u(x) = u(x_\tau)\frac{G(x_\tau)}{G(x)}\exp\left\{F(x_\tau) - F(x)\right\}, \qquad (3)$$

где

Рис. 4. Пределы применимости приближенного решения для формы сигнала дисперсии в сильном высокочастотном магнитном поле для двух значений k

$$F(x) = \nu x + \frac{\mu - \nu}{p}\operatorname{arc\,tg}\left[p(x + \psi)\right], \quad G(x) = \left[1 + k^2(\varkappa + \sin x)^2\right]^{1/2},$$

$$p = k\cos\psi, \quad \psi = \arcsin\varkappa, \quad \varkappa = \frac{H_c}{H_m},$$

а H_c — постоянное смещение, накладываемое на резонансное значение постоянного магнитного поля.

Анализ выражений (2) и (3) показывает, что сигнал дисперсии имеет есколько деформированную колоколообразную форму. Ширина и дефорация сигнала зависят от времен релаксации, от амплитуд высокочастотого и модулирующего магнитных полей, от частоты модулирующего магитного поля и от положения сигнала на осциллограмме.

В случае однородного высокочастотного магнитного поля по форме игнала можно определить время поперечной релаксации и амплитуду ысокочастотного магнитного поля.

Эксперимент подтверждает выводы теории о колоколообразной форме игнала. На рис. 5 даны осциллограммы сигналов дисперсии в сильном ысокочастотном магнитном поле, полученные в условиях, когда примени- о приближенное решение.



а



б

ис. 5. Форма сигналов дисперсии в сильном высокочастотном магнитном поле в услоях применимости приближенного решения. Осциллограммы получены от водных астворов: *а* — 0,001 *M* $CuSO_4$, *б* — 0,02 *M* $Fe(NO_3)_3$, при условиях $f_m = 50$ Hz, $_m = 19$ Oe, $H_1 = 1$ Oe и соответственно для двух значений ν и μ (для *а* — 0,0035 и 6,9 для *б* — 0,57 и 10)

Для случая, когда сигнал дисперсии в сильном высокочастотном магитном поле имеет колоколообразную форму, была разработана методика ределения времени продольной релаксации τ_1 по методу огибающей и по тоду точки инверсии [11].

Известно, что величина возникающих сигналов пропорциональна велиине продольной компоненты намагниченности M_z в момент начала резонса. За период модуляции сигналы появляются дважды. Если менять сстояние между сигналами, изменяя постоянное магнитное поле, то амптуды второго сигнала являются своеобразными зондами, при помощи торых можно получить кривую изменения M_z. В тех случаях, когда ибающая возникающих сигналов дает достаточно большой участок споненты, т. е. когда выполняется условие $T_m/\tau_1 \geqslant 1$, огибающую можно пользовать для определения времени продольной релаксации τ_1.

Нами была разработана методика обработки огибающей для получения методом наименьших квадратов:

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_m} \cdot \frac{n \sum_{i=1}^{n} (y_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \sum_{i=1}^{n} y_i - n \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y_i}, \qquad (4)$$

е

$$\alpha_i = \ln \frac{(u_{i+1} - u_i)}{(y_{i+1} - y_i)}, \qquad y_i = \eta_i - \Delta_i,$$

и u_{i+1} — амплитуды соседних i-го и $(i+1)$-го сигналов дисперсии вух верхних или двух нижних), η_i — расстояние по времени между

максимальными значениями верхнего и нижнего i-ых сигналов, последо-вательно возникающих при модуляции; Δ_i — ширина i-го сигнала.

Метод определения времени продольной релаксации τ_1 по точке инверсии состоит в следующем. В теории магнитного резонанса выво-дится формула [6, 11], связывающая время про-дольной релаксации с величиной коэффициента инверсии, расстоянием до точки инверсии и шириной сигнала:

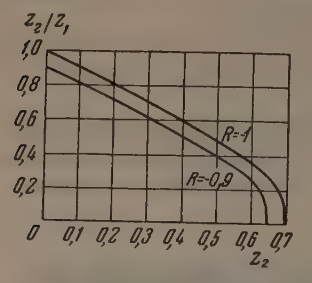


Рис. 6. Положение точки инверсии в сильном высокочастотном магнитном поле для двух значений коэффициента инверсии R

$$R = \frac{1 - e^{z_2}}{1 - e^{-z_1}}, \quad (5$$

где

$$z_1 = \nu(2\pi - \eta_0 - \Delta), \quad z_2 = \nu(\eta_0 - \Delta), \quad (6$$

R — коэффициент инверсии, η_0 — расстояни[е] от верхнего сигнала до точки инверсии ниж-него сигнала. (Коэффициентом инверсии, ка[к] известно, называется отношение продольной ком-поненты намагниченности при выходе из област[и] резонанса к продольной компоненте намагниченности в начале резонан-сной области. Точкой инверсии называется момент времени, когда вто-рой, зондирующий сигнал не возникает.)

Из теории следует, что при постоянных амплитуде и частоте модуляци[и] с ростом амплитуды высокочастотного магнитного поля коэффициен[т] инверсии и связанное с ним расстояние до точки инверсии должны расти. Как показано в [11], с ростом амплитуды высокочастотного поля H_1, начиная с некоторого значения H_1, расстояние до точки инверсии практически не меняется, что может быть в том случае, когда коэффициент инверсии близок или равен —1.

На рис. 6 дан график зависимости z_2/z_1 от z_2, удовлетворяющей уравнению (5) при $R = -1$ и $R = -0{,}9$. Таким образом, при условии, когда расстояние до точки инверсии практически не изменяется, можно по графику рис. 6 и формуле (6), измеряя экспериментально $\frac{z_2}{z_1} = \frac{\eta_0 - \Delta}{2\pi - \eta_0 - \Delta}$, определить время продольной релаксации τ_1.

Разработанная методика определения времен продольной τ_1 и поперечной τ_2 релаксации была проверена экспериментально. Значения τ_1 и τ_2, полученные для водных растворов различных концентраций сернокислой меди и окисного азотнокислого железа, в пределах точности измерений совпадают с данными, приведенными в литературе, что подтверждает правильность разработанн[ой] методики.

Результаты измерения времен продол[ь]ной и поперечной релаксации в синт[е]тическом каучуке СКБ разного состав[а]

Исследуемый образец	$\tau_1 \cdot 10^2$, сек		$\tau_2 \cdot 10^4$, сек	
	невулканизованный	вулканизованный	невулканизованный	вулканизо-
СКБ	1,7	—	2,7	–
СКБ 200 в. ч. . . Сера 5 в. ч. . . .	1,6	1,5	2,2	1
СКБ 200 в. ч. . . Сера 5 в. ч. . . . Каптакс 2 в. ч. . .	1,4	1,1	1,6	1
СКБ 200 в. ч. . . Сера 5 в. ч. . . Каптакс 2 в. ч. . . Сажа 120 в. ч. . .	1,2	1,1	1,4	1
СКБ 200 в. ч. . Тиурам 6 в. ч. .	1,7	1,5	2,0	1
СКБ 200 в. ч. . Тиурам 6 в. ч. . Сажа 120 в. ч. .	1,5	1,5	1,7	1

Предложенные методы отличаются от опубликованных ранее в литер[а]туре большей простотой и возможностью измерения времен релаксац[ии] в нестабилизованном постоянном магнитном поле.

Примером использования методики было измерение времен продоль-
й и поперечной релаксации* в синтетическом каучуке СКБ разного
става (см. таблицу).

Как известно, молекулы чистого каучука представляют собой длинные итевидные цепочки, состоящие из различных углеводородных группиро-к, обладающих большим числом степеней свободы. Высокая подвижность олекул должна уменьшить влияние внутренних полей, и, следовательно, рма сигналов от протонов в каучуке не должна сильно отличаться от рмы сигналов в жидкостях.

Как видно из таблицы, добавление к синтетическому каучуку таких ществ, как сера, сажа и др., приводит к уменьшению времен продольной поперечной релаксации, что является следствием уменьшения подвиж-ости молекул синтетического каучука.

Сравнение времен релаксации для сырых образцов синтетического учука и для образцов того же состава, но вулканизованных, показывает, о вулканизация уменьшает времена продольной и поперечной релакса-ии. Это объясняется тем, что в результате вулканизации увеличивается сло связей между молекулами и внутренние взаимодействия возрастают. олученные результаты находятся в соответствии с данными работы [12], которой изучались различные образцы натурального и синтетического учуков.

В заключение автор приносит благодарность С. Д. Гвоздоверу за цен-ые советы при выполнении настоящей работы.

Физический факультет
Московского гос. университета
им. М. В. Ломоносова

Цитированная литература

. Bloch F., Phys. Rev., 70, 460 (1946).
. Владимирский К. В., ДАН СССР, 58, 1625 (1947).
. Bloembergen N., Nuclear Magnetic Relaxation.— Hague, 1948.
. Дорфман Я. Г., Магнитные свойства атомного ядра.— Гостехиздат, М.— Л., 1948.
. Jacobsohn B. A., Wangsness R. K., Phys. Rev., 73, 942 (1948).
. Гвоздовер С. Д., Магазаник А. А., ЖЭТФ, 20, 705 (1950).
. Wangsness R. K., Bloch F., Phys. Rev., 89, 728 (1953).
. Гвоздовер С. Д., Иевская Н. М., ЖЭТФ, 25, 435 (1953).
. Гвоздовер С. Д., Иевская Н. М., ЖЭТФ, 29, 227 (1955).
. Гвоздовер С. Д., Померанцев Н. М., Вестник МГУ, 9, 79 (1953).
. Гвоздовер С. Д., Иевская Н. М., ЖЭТФ, 29, 637 (1955).
Holroyd L. V., Codrington R. C., Mrowca B. A., Guth E., J. Appl. Phys., 22, 696 (1951).

* Измерения времен релаксации были произведены студенткой-дипломницей ического факультета МГУ И. А. Логиновой.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 195

А. И. КУРУШИН

О ПАРАМАГНИТНОМ ПОГЛОЩЕНИИ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПОЛЯХ ПРИ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТАХ

1. В работах, выполненных Гарифьяновым [2] и Ситниковым [3] экспериментально изучалось методом сеточного тока Завойского [4] пара магнитное поглощение в параллельных полях на частотах порядк $6 \cdot 10^8$ Hz в интервале значений постоянных полей 0÷6000 Oe для ряд солей, для которых в указанной области частот и полей преобладающа роль принадлежит спиновому поглощению. В результате этих опыто были установлены эмпирические закономерности для спинового поглощ ния. Опытные кривые поглощения, рассматриваемого как функция вели чины постоянного поля при заданной частоте переменного поля, находятс в хорошем соответствии с кривыми, полученными из теоретической фо мулы Шапошникова для спинового поглощения, если только считать вх дящее в эту формулу время изотермической спиновой релаксации намагн ченности τ_s не зависящим от величины постоянного поля. Установлени соответствия теории с опытом позволило авторам [2, 3] использовать фо мулу Шапошникова для экспериментального нахождения констант внутреннего поля b/C (b—константа магнитной теплоемкости, C — ко станта Кюри).

2. Формула Шапошникова для спинового поглощения в параллельны полях имеет вид:

$$\chi'' = \chi_0 \frac{(1-F)^2 \tau_s \nu}{1+(1-F)^2 \tau_s^2 \nu^2}, \quad (…$$

где $F = \frac{H^2}{H^2 + b/C}$, χ'' — мнимая часть комплексной магнитной восприи чивости, χ_0 — изотермическая равновесная восприимчивость, ν — часто переменного поля, H — напряженность постоянного поля. Как видно (1), даваемое этой формулой выражение для χ'', рассматриваемого ка функция частоты переменного поля при заданной величине постоянно поля, дает кривую дебаевского типа с максимумом, смещающимся ростом величины постоянного поля в сторону бóльших частот, прич в малых полях максимум лежит при частоте порядка τ_s^{-1}. Упомянут выше эксперименты Гарифьянова и Ситникова были сделаны при частота значительно меньших, чем τ_s^{-1}, когда формула (1) принимает более пр стой вид:

$$\chi'' = \chi_0 (1-F)^2 \tau_s \nu. \quad (…$$

Поэтому эти эксперименты дают хорошее, но лишь частичное подтвержд ние теоретической формулы Шапошникова вместе с предположением о н зависимости τ_s от H.

Для более полного изучения спинового поглощения и для выяснен вопроса о соответствии теории и опыта следовало бы проделать опы в параллельных полях при таких частотах, чтобы произведение $\tau_s\nu$ бы порядка единицы. Этому посвящена настоящая работа.

3. Для достижения поставленной цели нужно было построить устан ку, пригодную для измерения парамагнитного поглощения в паралле

ных полях в области сантиметровых волн. В этом случае методика сеточного тока уже не может быть применена.

Была собрана установка, которая состояла из генераторной части использованием отражательного клистрона, работающего на частоте $= 9{,}15 \cdot 10^9$ MHz, цилиндрического резонатора и индикаторной части, оединенных между собой коаксиальными волноводами. Индикаторная асть представляла собой отрезок коаксиальной линии с детекторной головкой. Продетектированный сигнал подавался на зеркальный гальванометр. Отличием нашей установки от других известных нам установок вляется возможность проведения опытов и в параллельных, и в перпендикулярных полях в сантиметровом диапазоне длин волн. Оказалось удобным использовать волну H_{011} цилиндрического резонатора. Известно, что агнитное поле такой волны имеет аксиальную симметрию, причем магитные силовые линии идут вдоль оси цилиндра в виде шнура и, значит, близи центра резонатора поле практически однородно. Благодаря расположению оси резонатора параллельно силовым линиям постоянного поля осуществляется параллельность высокочастотного и постоянного полей. Для осуществления перпендикулярности полей достаточно ось резонатора овернуть на 90°. Возможность поворотов оси резонатора была обусловена тем, что коаксиальный волновод, соединяющий резонатор с генераорной частью, имел вращающийся флянец.

Парамагнитное вещество в виде порошка помещалось в полистироловую тонкостенную колбочку цилиндрической формы, диаметром около мм и высотой около 6 мм. Колбочка крепилась ко дну резонатора так, тобы вещество оказывалось в центре резонатора. Помещение в резонатор акой симметричной относительно оси резонатора нерегулярности не зменяет сильно картины поля. Это утверждение проверялось опытным утем, для чего в колбочку помещалось вещество, дающее сильный эффект перпендикулярных полях (парамагнитный резонанс), но не дающее на анных частотах эффекта в параллельных полях (например $MnSO_4$). сли бы колбочка с веществом сильно искажала поле, то при положении езонатора, соответствующем опытам с параллельными полями, можно ыло бы обнаружить эффект парамагнитного резонанса за счет появления ерпендикулярной составляющей магнитного поля. Такого рода эффект ействительно наблюдался, когда колбочки брались бо́льших размеров, ем указанные выше, но его не было при колбочках указанных размеров.

Как известно [5], в случае относительных измерений и квадратичноти детектора мнимая часть магнитной восприимчивости оказывается ропорциональной величине $\sqrt{\frac{\alpha_e}{\alpha_m} - 1}$, где α_e и α_m — показания альванометра соответственно без магнитных потерь и при их наличии. начения α_e получались в предположении, что достаточно сильные постоянные поля, перпендикулярные к переменному, практически полностью сключают возникновение магнитных потерь [4]. Чтобы исключить влияие на показания гальванометра действительной части магнитной восприимчивости, перед каждым отсчетом величины α_m резонатор подстраивался лунжером, находящимся в дне резонатора.

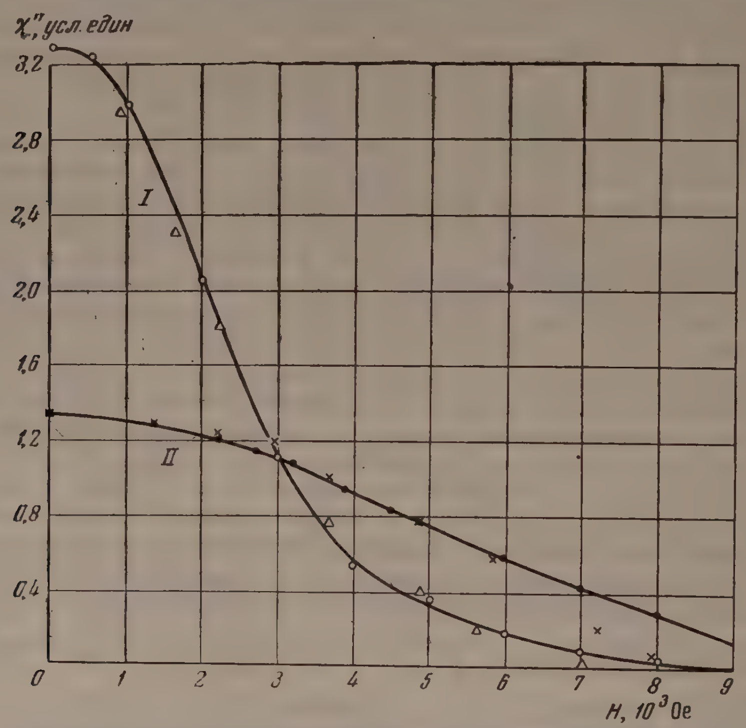
4. На описанной установке мы проделали измерения парамагнитного оглощения в ряде солей, преимущественно элементов группы железа, установили, что увеличение постоянного поля приводит к монотонному меньшению величины поглощения парамагнетиком высокочастотной нергии. Значит, эффект в параллельных полях может быть обнаружен олько на веществах, обладающих заметным начальным поглощением на анных частотах (т. е. поглощение при $H = 0$). Для большинства исследоанных веществ начальное поглощение оказалось настолько малым, что ельзя было с уверенностью констатировать дальнейшее уменьшение оглощения с ростом поля, которое доводилось до 9000 Oe. Для некоторых

же парамагнитных солей начальное поглощение оказалось достаточно большим, поэтому удалось снять всю кривую поглощения в функции от величины постоянного поля при заданной частоте переменного поля. Наиболее уверенные результаты получены для двух солей: $Gd_2(SO_4)_3.8H_2O$ и $MnCl_2.4H_2O$.

Экспериментальные кривые поглощения были сравнены с кривыми, полученными из теоретической формулы (1) Шапошникова. Делалось это так: эксперимент дает величину $d = a\chi''$, где a — градуировочная постоянная, определяемая устройством и настройкой установки, как функцию от H. Взяв χ'' из (1), получаем

$$d = a\chi_0 \frac{(1-F)^2 \tau_s \nu}{1 + (1-F)^2 \tau_s^2 \nu^2}. \quad (3)$$

Если для рассматриваемого вещества b/C и τ_s известны из других данных, то, взяв экспериментальные значения d при $H = 0$, можно из (3) найти



Зависимость парамагнитного поглощения порошков $Gd_2(SO_4)_3.8H_2O$ (кривая *I*) и $MnCl_2.4H_2O$ (кривая *II*) от магнитного поля. Кривые—теоретические; точки ×, △—экспериментальные (t=20°), точки ○, ●— вычисленные по теоретической формуле Шапошникова

$a\chi_0$ и потом построить по (3) теоретическую кривую $d(H)$, которая совпадает, очевидно, с экспериментальной кривой $d(H)$ в точке $H = 0$. Если теория находится в согласии с опытом, то такое совпадение будет иметь место для всех значений H. Для соли $Gd_2(SO_4)_3.8H_2O$, по данным [2] $\tau_s = 0{,}22 \cdot 10^{-9}$ сек, $b/C = 3{,}82 \cdot 10^6$ Oe^2 и, значит, $\tau_s\nu \approx 2$. На рисунке сплошной линией изображена теоретическая кривая. На этом же рисунке нанесены экспериментальные точки. Как видно из рисунка, экспериментальные точки в пределах погрешностей измерений (около 6%) хорошо ложатся на теоретическую кривую. Аналогичным образом получена кривая, изображенная на рисунке для соли $MnCl_2.4H_2O$, для которой из [3] взято $\tau_s = 0{,}24 \cdot 10^{-9}$ сек и $b/C = 19{,}3 \cdot 10^6$ Oe^2. В этом случае теоретическая

кривая совпадает с экспериментом до полей порядка 6000 Ое; в более сильных полях экспериментальные точки ложатся несколько ниже теоретических.

5. Таким образом, имевшиеся ранее [2, 3] и полученные нами результаты позволяют думать, что феноменологическая теория спиновой релаксации Шапошникова с независящим от величины постоянного поля временем изотермической спиновой релаксации намагниченности хорошо совпадает с опытом во всей представляющей интерес области частот и полей.

6. Считая на основании сказанного справедливой формулу (1), посмотрим, какие возможности открываются для экспериментального определения различных представляющих интерес величин.

Беря из эксперимента значения d при каких-либо трех значениях H, получим систему трех уравнений с неизвестными b/C, τ_s и a. Если взять, например, d_1 при $H=0$, $d_2=d_1/2$ при соответствующем H_2 и $d_3=d_1/3$ при H_3, то решение упомянутой системы уравнений приводит к следующим выражениям для b/C, τ_s и $\chi''(H)=d(H)/a$:

$$\frac{b}{C}=\frac{1}{2}\cdot\frac{H_3^4-2H_2^4}{2H_2^2-H_3^2}, \tag{4}$$

$$\tau_s=\frac{\sqrt{H_2^4+2\frac{b}{C}H_2^2-\left(\frac{b}{C}\right)^2}}{\frac{b}{C}\nu}, \tag{5}$$

$$\chi''=\chi_0\frac{\left(\frac{b}{C}\right)^2\tau_s\nu}{H_2^4+2\frac{b}{C}H_2^2}\cdot\frac{d(H)}{d_1}. \tag{6}$$

Здесь $d(H)$ — значения d, получаемые из эксперимента при любом H; b/C, входящее в (5), нужно взять из (4), b/C и τ_s, входящие в (6), — соответственно из (4) и (5).

Таким образом, эксперименты в параллельных полях в соответствующем диапазоне частот и полей для случая спинового поглощения позволяют определять величины b/C, τ_s и χ''. Легко показать, что при проведении экспериментов [2, 3] на частотах, соответствующих условию $\tau_s\nu\ll 1$, когда годится формула (2), удается определить только величину b/C, так как τ_s и a входят в соответствующую систему уравнений только в виде произведения $\tau_s a$.

В заключение автор приносит глубокую благодарность И. Г. Шапошникову за предоставление темы и помощь, оказанную в работе.

Молотовский гос. университет
им. А. М. Горького

Цитированная литература

Шапошников И. Г., Диссертация.—Молотовский гос. университет, 1949.
Гарифьянов Н. С., ЖЭТФ, 25, 360 (1953).
Ситников К. П., Диссертация.—Казанский гос. университет, 1954.
Завойский Е. К., Диссертация.— ФИАН, 1944.
Cummerow R. L., Halliday D., Moore G. E., Phys. Rev., 72, 1233 (1947).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

Н. Н. НЕПРИМЕРОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ФОРМУЛЫ РЕЗОНАНСНОГО ПАРАМАГНИТНОГО ВРАЩЕНИЯ

В опубликованной ранее работе [1] автором была приведена формула для зависимости угла вращения плоскости поляризации микроволн от магнитного поля, полученная при довольно грубых предположениях, опирающихся, однако, на большой экспериментальный материал. Строгий квантовомеханический вывод, произведенный Шекуном [2], показал, что ее можно применять в резонансной области, если полуширина линии поглощения значительно меньше, чем величина резонансного поля.

Новое выражение для угла поворота, полученное Шекуном [2], пригодно для любых частот, если форма кривой поглощения близка к лоренцевой. Формула Шапошникова и Цирульниковой [3], выведенная на основании феноменологического рассмотрения резонансного парамагнитного вращения, полностью совпадает с формулой, полученной Шекуном, поэтому в дальнейшем мы будем пользоваться единым выражением:

$$\varphi = -\frac{2\pi\omega\sqrt{\varepsilon}}{c}\cdot\frac{\chi_0}{2}\left\{\frac{\omega_0\tau^2(\omega_0-\omega)+1}{\tau^2(\omega_0-\omega)^2+1}-\frac{\omega_0\tau^2(\omega_0+\omega)+1}{\tau^2(\omega_0+\omega)^2+1}\right\}, \qquad (1)$$

где φ — угол поворота на единицу длины, ω — частота генератора, $\omega_0 = g\beta H/\hbar$, τ — время релаксации, c — скорость света, ε—диэлектрическая проницаемость, а χ_0 — статическая магнитная восприимчивость вещества.

Для экспериментальной проверки развитой теории [2, 3], кроме простого сопоставления данных теории и опыта, интересно проследить за расхождением между кривой резонансного вращения и кривой дисперсии магнитной восприимчивости вещества при различных значениях $\omega\tau$:

$$\chi' = \frac{\chi_0}{2}\left\{\frac{\omega_0\tau^2(\omega_0-\omega)+1}{\tau^2(\omega_0-\omega)^2+1}+\frac{\omega_0\tau^2(\omega_0+\omega)+1}{\tau^2(\omega_0+\omega)^2+1}\right\}. \qquad (2)$$

1. Случай $\omega\tau \gg 1$. В этом случае величина вторых, не резонансных членов в выражениях (1) и (2) становится малой по сравнению с первыми, и по форме кривые очень трудно отличить друг от друга. Весь экспериментальный материал по дисперсии восприимчивости и резонансному вращению, приведенный в работе [1], относится к этому случаю ($3{,}5 \leqslant \omega\tau \leqslant 36$). Ввиду невысокой точности измерений дисперсии магнитной восприимчивости и малости самого эффекта в малых полях для большинства кривых трудно уловить различие в ходе кривых вблизи $H = 0$. В то же время применявшиеся внешние магнитные поля были недостаточно сильны, чтобы выявить расхождение в кривых и при их приближении к $H = \infty$.

Из исследованных парамагнетиков наиболее широкой кривой поглощения обладает $MnCl_2 \cdot 4H_2O$, имеющий $\omega\tau = 3{,}5$. На рис. 1 приведены теоретические кривые и экспериментальные точки дисперсии восприимчивости и резонансного вращения для этого вещества. Последняя для удобства сравнения перевернута. Все использованные для данного графика параметры и методика измерений приведены в работе [1]. Величин

вычислялась из кривой поглощения. Как видно, не только качественное, но и количественное совпадение достаточно хорошее.

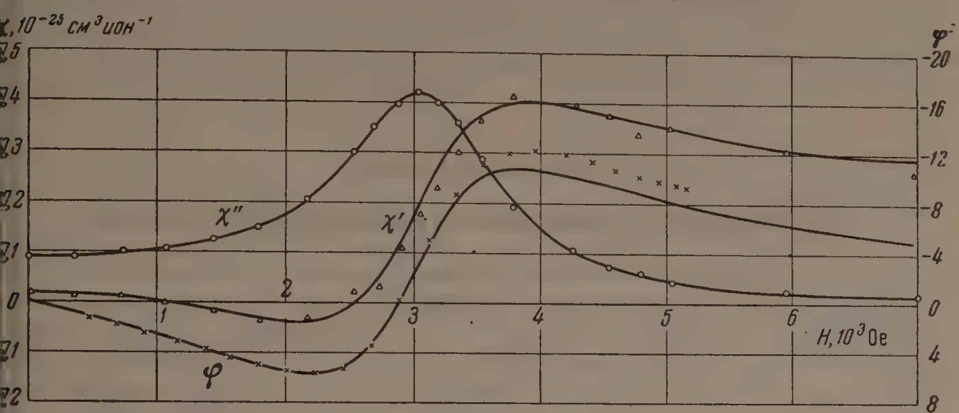


Рис. 1. Кривые резонансного парамагнитного вращения (φ), дисперсии магнитной восприимчивости (χ′) и поглощения (χ″) для порошкообразного $MnCl_2 \cdot 4H_2O$ при $\lambda = 3{,}33$ см, вычисленные по формулам (1) и (2) (при $\omega\tau = 3{,}5$, $\varepsilon = 9{,}6$, $\chi_0 = 0{,}24 \cdot 10^{-25}$ см³ ион⁻¹). Кривые — теоретические, точки — экспериментальные

2. Случай $\omega\tau < 1$. В настоящее время на частоте ~ 9100 MHz не удается найти парамагнетик с $\omega\tau < 1$. В связи с этим наиболее интересный факт смены знака у вращения с положительного на отрицательный при $\omega\tau < 1$ можно проиллюстрировать только на образцах магнетодиэлектриков, используя в качестве наполнителей парафина порошки карбонильного железа, никеля, пермаллоя, альсифера, трансформаторной и динамной сталей (размер частиц $\leqslant 100\ \mu$). Все они дают сходные, очень широкие линии поглощения и большое отрицательное вращение. На рис. 2 приведены в качестве примера кривые для пермаллоя при объемной концентрации его в парафине $C_v = 5\%$.

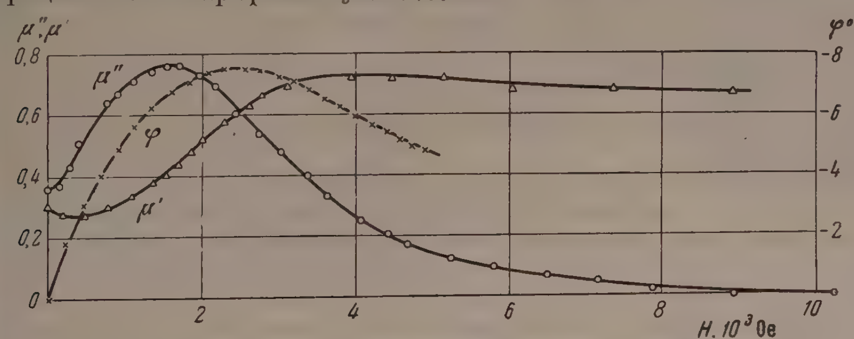


Рис. 2. Кривые поглощения (μ″), дисперсии (μ′), проницаемости и резонансного вращения (φ) для порошка пермаллоя в парафине с $C_v = 5\%$ при $\lambda = 3{,}33$ см

Можно надеяться, что на частоте 3000 MHz, на которой уже проведены некоторые исследования [4], удастся наблюдать чисто отрицательное вращение и на парамагнетиках.

Казанский гос. университет
им. В. И. Ульянова-Ленина

Цитированная литература

1. Непримеров Н. Н., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, 368 (1954).
2. Шекун Л. Я., см. настоящий номер журнала, стр. 1262.
3. Цирульникова Л. М., Шапошников И. Г., см. настоящий номер журнала, стр. 1251.
4. Soutif-Guicherd I., C. R., 231, 1460 (1950); 240, 2126 (1955).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 195

Н. М. ПОМЕРАНЦЕВ

ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА ПРОТОНОВ

1. Для наблюдения сигналов ядерного магнитного резонанса [1] мы использовали автоколебательную систему. После ряда экспериментов с различными схемами генераторов была выбрана схема, представленная на рис. 1. Эта схема отличается своей простотой и удобством регулирования амплитуды. Схема представляет собой катодный повторитель, который при комплексной нагрузке может иметь отрицательное входное сопротивление.

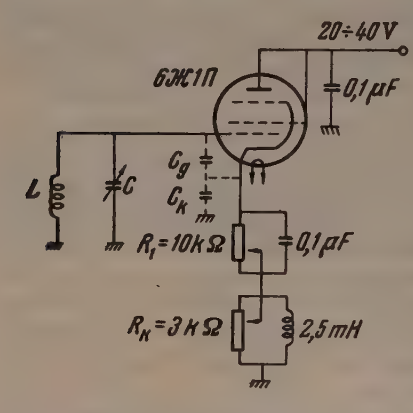


Рис. 1. Схема генератора для наблюдения сигналов ядерного магнитного резонанса

Входное сопротивление катодного повторителя равно [2]:

$$Z_{вх} = Z_к + \frac{1 + SZ_к}{i\omega C_g}, \quad (1)$$

где $Z_к$ — комплексное сопротивление нагрузки, S — крутизна характеристики лампы и C_g — емкость сетка — катод.

Для того чтобы действительная часть входного сопротивления схемы рис. 1 была отрицательной, необходимо выполнение условия:

$$SR_kC_k > C_g, \quad (2)$$

где C_k и R_k — емкость и сопротивление нагрузки. Это условие следует из (1).

На схеме рис. 1 C_k является емкостью монтажа. Дроссель, включенный параллельно сопротивлению R_k, служит для отвода постоянной составляющей анодного тока. Он имеет достаточно большую индуктивность и не играет роли при возбуждении колебаний. Сопротивление R_1, зашунтированное конденсатором 0,1 μF, служит для подачи отрицательного смещения на сетку лампы и выбора тем самым рабочей точки. Крутизна характеристики лампы регулируется изменением анодного напряжения. Регулировкой трех величин R_1, R_k и $U_а$ можно быстро и удобно подбирать такой режим работы схемы, при котором колебания возбуждаются плавно и амплитуда может легко поддерживаться на требуемом уровне.

С контура генератора колебания высокой частоты поступали на усилитель и после детектирования—на вход осциллографа, развертка луча которого производилась синхронно с модуляцией магнитного поля. Полная схема установки представлена на рис. 2. Усилитель имеет полосу пропускания 12,5 ÷ 13,2 MHz, которая может регулироваться перестройкой контуров. Коэффициент усиления усилителя равен $3 \cdot 10^3$. Полоса пропускания низкочастотной части усилительного тракта, включающей нагрузку диодного детектора и усилитель осциллографа ЭО-4, была 2Hz ÷ 150 kHz. При применении указанной схемы шумы усилителя были ничтожно малы и практически не заметны. Поэтому основным фактором, определяющим чувствительность установки, являлись шумы

енератора. В случае слабых сигналов для подавления шума применялось инхронное детектирование при помощи электродинамического ваттметра, оказания которого пропорциональны интегралу от произведения токов, екущих через его катушки. Описание этой части установки дано в [3].

При помощи частотомера измерялась частота биений между колебаниями генератора схемы и гетеродина волномера, и таким образом наблюдалось изменение частоты колебаний генератора при наступлении резонанса. Измеритель выхода служил для контроля правильности показаний частотомера, так как последний дает неправильные показания, если амплитуда на его входе будет меньше 0,5V. Для иллюстрации работы схемы на рис. 3 представлена осциллограмма сигнала от протонов в одномолярном растворе $CuSO_4$.

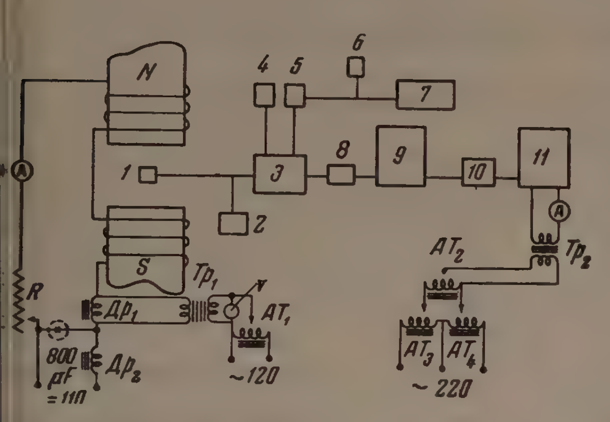


Рис. 2. Схема установки для изучения ядерного магнитного резонанса: *1* — контур генератора, *2* — генератор, *3* — усилитель высокой частоты, *4* — катодный вольтметр, *5* — гетеродинный волномер типа 527, *6* — измеритель выхода ИВ-4, *7*-частотомер ИЧ-5, *8* — детектор, *9* — электронный осциллограф ЭО-4, *10* — усилитель мощности, *11* — электродинамический ваттметр, AT_1 — AT_4 — автотрансформаторы ЛАТР-1, Tp_1 и Tp_2 — трансформаторы ОСО-0,1, $Дp_1$ и $Дp_2$ — дроссели, *A* — амперметр на 5 А

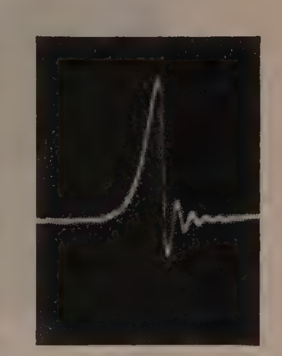


Рис. 3. Осциллограмма сигнала от протонов в 0,7см³ 1 *M* раствора $CuSO_4$. Амплитуда и частота модуляции 0,6 Oe и 50 Hz. Эффективная неоднородность поля в объеме образца 0,015 Oe

2. Мы рассмотрели теорию работы автоколебательной системы при наличии эдс ядерного магнитного резонанса*.

Исходной является следующая система уравнений [4]:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2U}{dt^2}+\omega^2U=F\left(U,\frac{dU}{dt}\right)-A\frac{dM_x}{dt},\\ &\frac{dW}{dt}+\left[\frac{1}{\tau_2}+i\gamma H_z\right]W-i\gamma BM_z\frac{dU}{dt}=0,\\ &\frac{dM_z}{dt}+\frac{M_z-M_0}{\tau_1}=\frac{i\gamma B}{2}\left(W\frac{dU^*}{dt}-W^*\frac{dU}{dt}\right).\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

этой системе уравнений U — напряжение на конденсаторе контура, ω — собственная частота контура, — гиромагнитное отношение, τ_1 и τ_2 — время релаксации, $W=M_x+iM_y$, M_x, M_y и M_z — компоненты результирующего вектора ядерной намагниченности, M_0 — равновесное значение компоненты M_z, A и B — постоянные, зависящие от параметров колебательного контура, $F\left(U,\frac{dU}{dt}\right)$ — функция, определяемая затуханием контура и воздействием на него электронной лампы.

Для решения этой системы уравнений мы применили метод медленно меняющихся амплитуд в комбинации с методом возмущений.

* Краткое изложение этой теории дано в [4].

Таким образом, была решена задача о малых возмущениях стационарно[й] амплитуды и фазы колебаний под влиянием эдс ядерного магнитног[о] резонанса.

Решение имеет вид:

$$U = U_{\text{ст}}\left[1 + C\int_{-\infty}^{t} e^{\alpha(\eta - t)}\, v(\eta)\, d\eta\right]\cos\left(\omega t + C\int_{-\infty}^{t} u(\eta)\, d\eta\right), \qquad (4$$

где $v(\eta)$ и $u(\eta)$ — функции, определяемые выражениями:

$$v(\eta) = -\int_{-\infty}^{\eta} M_z e^{\frac{1}{\tau_2}(\xi - \eta)}\cos\left[f(\eta) - f(\xi)\right] d\xi, \qquad (5$$

$$u(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} M_z e^{\frac{1}{\tau_2}(\xi - \eta)}\sin\left[f(\eta) - f(\xi)\right] d\xi, \qquad (6$$

$$f(\eta) - f(\xi) = \int_{\xi}^{\eta}(|\gamma| H_z - \omega)\, dt'. \qquad (7$$

В (4) величина $\alpha = -\left[\frac{\partial \Phi}{\partial \rho}\right]_{\rho = U_{\text{ст}}}$ — параметр, характеризующий устойчи[-]вость системы; C — постоянная, зависящая от геометрии катушки коле[-]бательного контура.

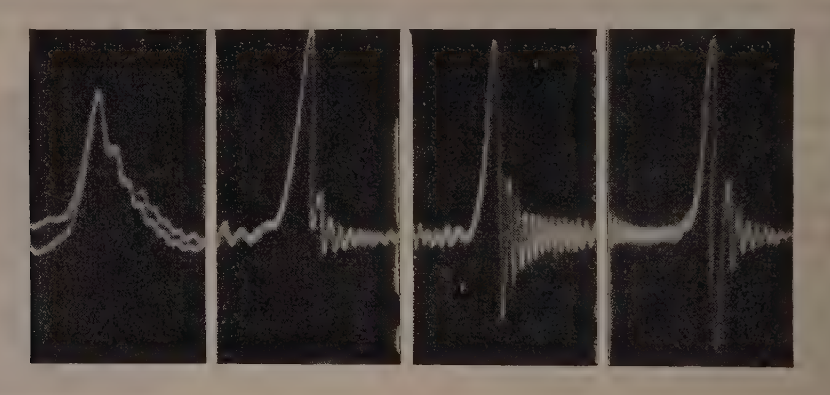


Рис. 4. Осциллограммы сигналов от протонов в глицерине при различной устойчивости колебаний: справа — устойчивый режим, левее — с постепенно уменьшающейся устойчивостью

Если $\alpha \gg n\omega_m$, где $n\omega_m$ — высшая кратная частота сигнала, что н[а] практике всегда имеет место, то выражение для напряжения на колеба[-]тельном контуре имеет вид:

$$U = U_{\text{ст}}\left[1 + \frac{C}{\alpha} v(t)\right]\cos\left[\omega t + c\int_{-\infty}^{t} u(\eta)\, d\eta\right]. \qquad (8$$

Выражение (8) показывает, что амплитуда колебаний модулирован[а] сигналом $v(t)$, а частота — сигналом $u(t)$.

Приведенные выше выводы теории хорошо подтверждаются экспери[-]ментально. При малых α, как видно из выражения (4), должны имет[ь] место искажения сигнала, соответствующие прохождению его чере[з] RC-фильтр, причем роль RC здесь играет величина $1/\alpha$. На осцилло[-]граммах рис. 4 представлены четыре сигнала при различной устойчивост[и] колебаний и при прочих равных условиях. Это — осциллограммы сиг[-]нала от протонов в глицерине. Справа — сигнал при устойчивом режим[е], левее — сигналы с постепенно уменьшающейся устойчивостью. Н

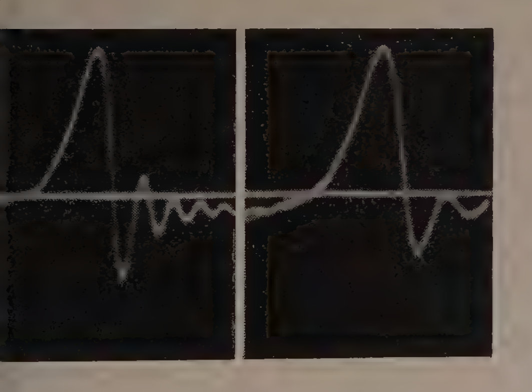
сциллограммах ясно видно изменение формы сигналов при уменьшении стойчивости системы.

Наблюдения за изменением частоты генератора по методу, описанному ыше, показали, что при медленном изменении напряженности магнит-ого поля (модуляция в этом случае е применялась) частота колебаний близи резонанса изменяется сначала одну, а затем в другую сторону, ак это следует из вида кривой дис-ерсии (выражение (6) для медленно-о прохождения). Наблюдались ухо-ы частоты порядка 100 Hz.

3. Метод измерения времени по-еречной релаксации τ_2 основан на ом, что отношение величин первого второго экстремумов сигнала по-лощения сильно зависит от параме-ра, определяемого скоростью изме-ения магнитного поля и времени елаксации τ_2.

Рис. 5. График функции $v(t)$, определяющей форму сигнала поглощения. По оси абсцисс отложена величина $r = \sqrt{a/2}\ t$, по оси ординат — величина — $v \cdot [|\gamma| H_1 \sqrt{\pi/a}]^{-1}$. Цифры у кривых означают величину параметра $\alpha = \sqrt{2/a}\,\frac{1}{\tau_2}$

На рис. 5 представлен график ункции $v(t)$. Этот график аналоги-ен графику Якобсона [5], но отлича-тся другим выбором параметров и ольшей наглядностью. Из этого гра-ика видно, что отношение амплитуд ервого и второго экстремумов сиг-ала сильно зависит от параметра α, который при постоянной скорости одуляции зависит только от времени релаксации τ_2. Воспользовавшись (5), можно вычислить это отношение экстремумов как функцию τ_2, а затем по измеренному экспериментально Z(см. (9)) определить τ_2.



ис. 6. Осциллограммы сигнала с базисной инией от протонов в 0,7 см³ раствора $e(NO_3)_3$: *а* — 0,06 *M* раствор, *б* — 0,12 *M* раствор

Для того чтобы иметь возможность точно проводить базисную линию, сигнал перед подачей его на осциллограф пропускался через электронный коммутатор, запиравший вход осциллографа на 1/2 периода. Благодаря этому 1/2 периода наблюдался сигнал, а 1/2 периода луч осциллографа вычерчивал базисную линию. Получались осциллограммы, подобные представленным на рис. 6.

Способ определения отношения Z экстремумов иллюстри-уется рис. 7. Благодаря наличию переходных емкостей теряется пос-оянная составляющая сигнала. Поэтому Z, измеренное экспериментально, удет равно:

$$Z = \frac{v(t_1) - v_0}{v(t_2) + v_0} = f\left(\frac{\partial H_z}{\partial t},\ \tau_2\right), \qquad (9)$$

де v_0 — постоянная составляющая сигнала.

Для вычисления Z как функции τ_2 было произведено табулирование ункции $v(t)$, дающей форму сигнала поглощения. Для этого функции

$v(t)$ и $u(t)$ сведены к табулированным функциям [6]:

$$v(r) = -\frac{1}{2}|\gamma|H_1\sqrt{\pi/a}\,[V(x, y) + U(x, y)], \quad (10)$$

$$u(r) = \frac{1}{2}|\gamma|H_1\sqrt{\pi/a}\,[V(x, y) - U(x, y)], \quad (11)$$

где $U(x, y)$ и $V(x, y)$ — действительная и мнимая части комплексной функции:

$$W(z) = U(x, y) + iV(x, y) = e^{-z^2}\left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{t^2}dt\right), \quad (12)$$

$$z = x + iy = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\alpha}{2} + r\right) + \frac{i}{\sqrt{2}}\left(\frac{\alpha}{2} - r\right), \quad (13)$$

$$r = \sqrt{a/2}\,t,\ \alpha = \sqrt{2/a}\,\frac{1}{\tau_2},\ a = |\gamma|\frac{dH_z}{dt}.$$

На графике рис. 8 представлена зависимость τ_2 от Z для разных амплитуд модуляции. Предполагается, что применяется синусоидальная модуляция, но, поскольку сигналы затухают до наступления следующего периода модуляции, можно при расчетах считать модуляцию линейной. График рассчитан для частоты модуляции 50 Hz .

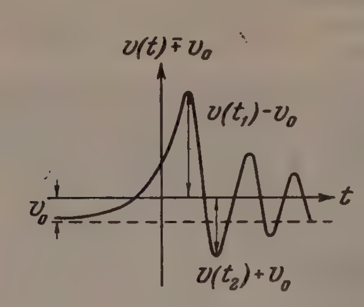


Рис. 7. Схема измерения параметров сигнала $v(t)$; $v(t_1)$ и $v(t_2)$ — абсолютные значения функции $v(t)$ в моменты времени t_1 и t_2

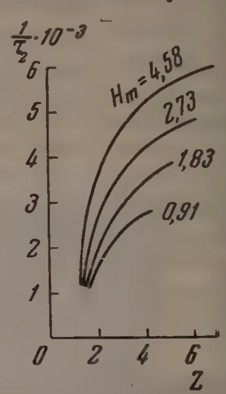


Рис. 8. График зависимости величины $1/\tau_2$ от отношения экстремумов Z для различных амплитуд модуляции H_m.

Измерение времени релаксации при помощи предлагаемого метода производится следующим образом. На экране осциллографа наносятся три горизонтальные черты так, чтобы расстояние между ними соответствовало определенному отношению экстремумов (из графика рис. 8 видно что наилучшим по чувствительности будет $Z = 3 \div 4$). Затем, изменяя амплитуду модуляции, совмещают верхний и нижний края сигнала с линиями, проведенными на экране осциллографа. После этого по известной амплитуде модуляции по графику находят величину τ_2. Этот метод достаточно прост в экспериментальном отношении.

4. При применении указанного выше метода необходимо учесть влияние неоднородности магнитного поля. Форма сигнала при наличии неоднородности определяется следующим выражением [5]:

$$F(r) = \frac{-v + iu}{|\gamma|H_1\sqrt{a/2}}\int_{-\infty}^{r}\exp\{\alpha(\xi - r) + i(r^2 - \xi^2)\}\,\theta\,d\xi, \quad (14)$$

где $\theta = \theta(r - \xi)$ — характеристическая функция:

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\Delta H)\exp\left\{i\frac{|\gamma|}{\sqrt{a/2}}(r - \xi)\Delta H\right\}d(\Delta H), \quad (15)$$

$\varphi(\Delta H)$ — функция распределения неоднородности магнитного поля.

Для лоренцева распределения

$$\varphi(\Delta H) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Gamma}{(\Delta H)^2 + \Gamma^2} \tag{16}$$

$$\theta = \exp\left\{-\frac{|\gamma|\Gamma}{\sqrt{a/2}}(r - \xi)\right\}. \tag{17}$$

ля гауссова распределения

$$\varphi(\Delta H) = \frac{1}{2\pi\sigma}\exp\{-(\Delta H)^2/2\sigma^2\} \tag{18}$$

$$\theta = \exp\left\{-\frac{\gamma^2\sigma^2}{a}(r - \xi)^2\right\}. \tag{19}$$

сли считать распределение неоднородности магнитного поля леренцевым, о действие неоднородности сведется к уменьшению времени релаксации , причем экспериментально наблюдаемое время релаксации будет пределяться соотношением

$$\frac{1}{\tau_2^*} = \frac{1}{\tau_2} + |\gamma|\Gamma, \tag{20}$$

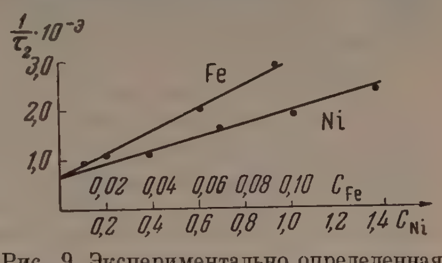


Рис. 9. Экспериментально определенная зависимость величины $1/\tau_2^*$ от молярной концентрации парамагнитных ионов Fe^{+++} и Ni^{++} в растворах азотнокислого железа и азотнокислого никеля

це Γ — эффективная величина неоднородности магнитного поля (полуширина лоренцевой кривой). Предлаемый метод определения неоднородности магнитного поля заключаетя в измерении времен релаксации ля протонов в образцах, содержаих различное число парамагнитных онов. Построив график зависимости величины $1/\tau_2^*$ от концентрации и кстраполируя его к значению $1/\tau_2^*$ для нулевой концентрации, получаем еличину $1/\tau_2^* = |\gamma|\Gamma$, из которой и определяется эффективная неоднородность поля в объеме образца.

Для иллюстрации этого метода определения неоднородности магнитого поля на рис. 9 представлен график полученной экспериментально ависимости $1/\tau_2^*$ от молярной концентрации парамагнитных ионов Fe^{+++} и i^{++} в растворах азотнокислого железа и азотнокислого никеля. Из рис. 9 идно, что обе прямые пересекают ось ординат в одной точке $\frac{1}{\tau_2} = 0{,}65 \cdot 10^3$, что соответствует эффективной неоднородности поля ,025 Ое.

Выводы

1. Опробована простая и удобная в экспериментальном отношении хема высокочастотного генератора для наблюдения сигналов ядерного агнитного резонанса, в которой образец помещен непосредственно в катушку контура генератора. Приведенные в работе осциллограммы показывают, что схема дает возможность получить хорошее отношение сигала к шуму.

2. Рассмотрена теория работы автоколебательной системы при наличии ис ядерного магнитного резонанса. Показано, что амплитуда колебаний акой системы модулирована сигналом $v(t)$, а частота — сигналом $u(t)$. ыводы из теории подтверждены экспериментально.

3. Для определения времени релаксации τ_2 использован метод, осноанный на измерении амплитуд первого и второго экстремумов сигнала

поглощения. Экспериментальная проверка метода показала, что он достаточно прост и удобен.

4. Предложен метод определения эффективной неоднородности магнитного поля в объеме образца, основанный на измерении времен релаксации в образцах с различной концентрацией парамагнитных ионов. Метод проверен экспериментально.

Физический факультет
Московского гос. университета
им. М. В. Ломоносова

Цитированная литература

1. Bloch F., Phys. Rev., **70**, 460 (1946); Померанцев Н. М., УФН, 55, 3 (1955).
2. Schlesinger K., PIRE, **33**, 843 (1945).
3. Померанцев Н. М., Вестник Московского университета, *8*, 57 (1955).
4. Померанцев Н. М., Вестник Московского университета, *2*, 47 (1955).
5. Jacobson B. A., Wangsness R. K., Phys. Rev., **73**, 92 (1948).
6. Гвоздовер С. Д., Померанцев Н. М., Полякова А. Л., ЖЭТФ, 28, 584 (1955).

В. Я. ХАРАНЕН

ВРЕМЕНИ СПИН-СПИНОВОЙ РЕЛАКСАЦИИ ВО ФТОРСИЛИКАТЕ НИКЕЛЯ В ОТСУТСТВИЕ ПОСТОЯННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

1. Метод исследования свойств парамагнетиков при помощи парамаг-тного резонанса получил в настоящее время весьма широкое применение. днако применение этого метода часто существенно затрудняется плохой зрешимостью получаемых спектров поглощения. Трудности же разре-ения спектров вызываются обычно не недостатками инструментов, а ши-ной самих спектральных линий. Ширина линий обусловливается в ос-вном двумя причинами: во-первых, взаимодействием между магнит-ми моментами ионов (спин-системой) и тепловыми колебаниями ре-тки и, во-вторых, взаимодействием между самими магнитными момен-ми ионов. Эти два типа взаимодействий вызывают два релаксацион-х процесса, характеризующихся, соответственно, двумя временами лаксации: спин-решеточным τ_L и спин-спиновым τ_s. Время τ_L харак-ризует скорость установления теплового равновесия между спин-сис-мой и решеткой. Время τ_s характеризует скорость адиабатического иближения намагниченности к ее равновесному значению, соответ-вующему мгновенным значениям температуры спин-системы и внешнего гнитного поля (см. [1]). Время τ_s от температуры не зависит, оно слабо еньшается с ростом внешнего постоянного поля [1] и у всех обычно ссматриваемых парамагнетиков в широком интервале полей имеет рядок 10^{-9}—10^{-10} сек; время же τ_L тоже слабо зависит от поля, но льно зависит от температуры: с понижением температуры оно увели-ивается и для разных парамагнетиков и разных температур колеблется очень широких пределах. Поэтому наиболее удобными условиями для лучения резонансных спектров являются такие условия, при которых $\gg \tau_s$, т. е. когда парамагнитные ионы значительно слабее связаны колебаниями решетки, чем между собой; в этом случае ширина спек-альной линии обусловлена главным образом спин-спиновым релакса-онным процессом. Спин-решеточное время не должно быть, однако, ишком большим, ибо в противном случае эффект поглощения будет не блюдаем вследствие явления насыщения [2]. Для ряда парамагнетиков, авным образом таких, у которых парамагнетизм обусловлен ионами незаполненной $3d$-электронной оболочкой, условие $\tau_L \gg \tau_s$ выполня-ся при комнатных температурах. Для других парамагнетиков для устра-ния уширения линии, вызванного спин-решеточным взаимодействием, иходится вести эксперимент при низких температурах. Однако ширина ектральных линий, обусловленная спин-спиновым взаимодействием, кже является, конечно, препятствием для получения хорошо разрешен-х спектров. Это препятствие можно значительно уменьшить, наложив парамагнетик постоянное внешнее магнитное поле соответствующей личины, в силу чего линии спектра окажутся раздвинутыми. Для под-ра величины этого поля нужно знать время спин-спиновой релаксации. оме того, знание этого времени важно для выяснения механизма вза-одействий внутри спин-системы.

2. В данной работе найдено при помощи метода моментов [3, 4] тео-ическое выражение для τ_s в отсутствие постоянного внешнего маг-

нитного поля для монокристалла фторсиликата никеля $NiSiF_6 \cdot 12H_2$(
Кристалл имеет гексагональную структуру [5]. Единичная ячейка с
содержит один парамагнитный ион дважды ионизованного Ni^{++}, кот
рый окружен шестью дипольными молекулами воды, образующими сла
деформированный октаэдр. Поэтому электрическое поле, действующ
на ион Ni^{++}, имеет почти кубическую симметрию [2]. Отклонения
кубической симметрии имеют тригональную симметрию. Ось тригонал
ного поля, слабого по сравнению с кубическим, совпадает с гексагонал
ной осью кристалла. Парамагнетизм иона Ni^{++} обусловлен незаполне
ной $3d$-электронной оболочкой, содержащей 8 электронов. Соглас
правилу Гунда [6], основным состоянием свободного иона будет ^3F
Исследование энергетического спектра иона Ni^{++} в кристалле фтор
ликата проведено в работе [7]. Кубическое поле расщепляет F-состояни
на синглет и два триплета, причем нижний из триплетов лежит пример
на 10000 $см^{-1}$ выше синглета. Если учесть комбинированный эффе
слабого тригонального поля и спин-орбитального взаимодействия,
нижний орбитальный уровень, который является троекратно вырожде
ным из-за спина $S = 1$, расщепляется на два подуровня: синглет и дубле
с расстоянием между ними $\delta \approx 0{,}5$ $см^{-1}$. Если за ось квантования Z пр
нять гексагональную ось, то верхнему и нижнему подуровням соотве
ствуют состояния с $S_z = 0$ и $S_z = \pm 1$ соответственно. При комнатны
температурах в силу больцмановского распределения будет населен ли
этот спиновый триплет нижнего орбитального уровня, причем населе
ность спиновых подуровней можно считать одинаковой.

3. Для нахождения τ_s воспользуемся выражениями для мнимой час
комплексной магнитной восприимчивости χ'', даваемыми (для наше
случая, когда отсутствует внешнее постоянное поле и поэтому време
адиабатической и изотермической спин-спиновой релаксации намаги
ченности совпадают [1]) феноменологической теорией Шапошникова [
и квантовой теорией (см., например, [3]). Первое из этих выражений име
такой вид:

$$\chi'' = \chi_0 \frac{\tau_s \nu}{1 + \tau_s^2 \nu^2}, \qquad (\ldots$$

где χ_0 — изотермическая равновесная восприимчивость и ν — частота вне
него переменного поля (в [8] вместо ν введено $\omega = 2\pi\nu$ и соответствен
τ_s в [8] равно $\frac{1}{2\pi}\tau_s$ в настоящей статье). Второе выражение выгляд
следующим образом:

$$\chi'' = \frac{\pi\nu}{2kT} f(\nu); \qquad (\ldots$$

здесь T — температура решетки, k — постоянная Больцмана и $f(\nu)\,\Delta\nu$
$= \sum\limits_{\nu,\Delta\nu}' |M_{nn'}|^2$, где $M_{nn'}$ — матричный элемент составляющей магнитно
момента спин-системы на направление внешнего магнитного поля в пре
ставлении гамильтониана спин-системы без учета взаимодействий с те
ловыми колебаниями решетки; суммирование ведется по всем таким п
рам собственных функций этого гамильтониана, для которых $\frac{|E_n - E\ldots}{h}$
(где h — постоянная Планка) попадает в интервал между ν и $\nu + \Delta\nu$.

Сопоставление (1) и (2) при частотах, малых в смысле $\tau_s \nu \ll 1$, да

$$\tau_s = \frac{\pi}{2kT\chi_0} f(0), \qquad (\ldots$$

где $f(0)$ поставлено приближенно вместо f при достаточно малой ча
тоте.

Таким образом, задача сводится к определению $f(0)$. Найти точн
аналитический вид функций $f(\nu)$ не удается из-за очень большой сло

сти задачи о собственных значениях и собственных функциях гамиль-
ниана спин-системы. Однако можно пойти другим путем. Как было по-
зано Бруром [3], качественный ход $f(\nu)$ можно предсказать. В случае,
гда кристаллическое поле не полностью снимает вырождение, как это
еет место в нашем случае, функция $f(\nu)$ будет иметь ряд максиму-
в, из которых один лежит вблизи начала координат, а следующий
ален от начала координат на δ/h, где δ — расстояние между спиновы-
подуровнями иона (см. выше п. 2). Нам нужно найти вид функции
) вблизи $\nu=0$; соответствующая часть кривой $f(\nu)$ называется обычно
ериодической линией. Для этой линии, воспользовавшись инвариант-
стью диагональных сумм [9], можно вычислить моменты различного по-
дка. Рассмотрим моменты четного порядка:

$$\int_0^\infty \varphi(\nu)\,d\nu = \langle \nu^0 \rangle, \quad \int_0^\infty \nu^2 \varphi(\nu)\,d\nu = \langle \nu^2 \rangle, \quad \int_0^\infty \nu^4 \varphi(\nu)\,d\nu = \langle \nu^4 \rangle, \ldots;$$

сь $\varphi(\nu)$ обозначает часть функции $f(\nu)$, соответствующую апериоди-
кой линии. Зная значение этих моментов кривой $\varphi(\nu)$, можно прибли-
нно найти аналитический вид функции $\varphi(\nu)$ с тем большей точностью,
больше моментов нам известно [9].

4. Полный гамильтониан спин-системы, соответствующей N идентич-
м ионам, имеет вид (без учета взаимодействий с тепловыми колеба-
ми решетки):

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N} W_i + \sum_{i>j} A_{ij}(\mathbf{S}_i\mathbf{S}_j) + \sum_{i>j} \frac{g^2\beta^2}{r_{ij}^3}\left[(\mathbf{S}_i\,\mathbf{S}_j) - \frac{3}{r_{ij}^2}(\mathbf{S}_i\,\mathbf{r}_{ij})(\mathbf{S}_j\,\mathbf{r}_{ij})\right], \qquad (4)$$

W_i — оператор энергии i-го иона, имеющий вид $W_i = -\delta S_{zi}^2$ [10];
— оператор спина i-го иона, $\mathbf{r}_{ij}$ — радиус-вектор из i-го иона в j-ый,
g — магнетон Бора и g-фактор, A_{ij} — коэффициент обменного взаимо-
ствия для i-го и j-го ионов. Второй и третий члены правой части (4)
актеризуют, соответственно, обменные и дипольные магнитные взаи-
ействия внутри спин-системы. По причине отсутствия орбитального
ождения величина A_{ij}, определяющая обменное взаимодействие i-го и
ионов, считается одинаковой для равноудаленных ионов (изотропный
эн) [2].

Внешнее магнитное поле, индуцирующее переходы между уровнями
ргии спин-системы с гамильтонианом $\mathcal{H}$ из (4), направим параллель-
гексагональной оси Z (поле меняется по гармоническому закону).
да вероятность дипольных магнитных переходов будет определяться
дратами модулей матричных элементов оператора $S_z = \sum_{i=1}^{N} S_{zi}$ в пред-
лении гамильтониана $\mathcal{H}$. Моменты апериодической линии можно при-
женно представить в виде [9]:

$$\left.\begin{aligned}
\langle \nu^0 \rangle &= g^2\beta^2 {\sum_{n,n'}}' |S_{znn'}|^2 = g^2\beta^2\,\mathrm{Sp}\,\overline{S}_z^2, \\
h^2\langle \nu^2 \rangle_{\text{пр}} &= \frac{{\sum_{n,n'}}' (H_{nn} - H_{n'n'})^2 |S_{znn'}|^2}{\sum_{nn'} |S_{znn'}|^2} = -\frac{\mathrm{Sp}\,(\overline{H}\overline{S}_z - \overline{S}_z\overline{H})^2}{\mathrm{Sp}\,\overline{S}_z^2}, \\
h^4\langle \nu^4 \rangle_{\text{пр}} &= \frac{{\sum_{n,n'}}' (H_{nn} - H_{n'n'})^4 |S_{znn'}|^2}{\sum_{n,n'} |S_{znn'}|^2} = \frac{\mathrm{Sp}\,(\overline{H}U - U\overline{H})^2}{\mathrm{Sp}\,\overline{S}_z^2},
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где $U \equiv \overline{H}\overline{S}_z - \overline{S}_z\overline{H}$. Здесь значок $\langle\ \rangle_{\text{пр}}$ означает, что соответствующий м мент поделен на $\langle\nu^0\rangle$, а штрих у сумм означает, что пары состояний и n', по которым ведется суммирование, должны быть только таким чтобы было $|E_n - E_{n'}| \ll \delta$ (что соответствует рассмотрению одной ли апериодической линии). Далее, черта над операторами в (5) имеет сл дующий смысл: входящие в (5) суммы по парам состояний n, n' п упомянутом выше выборе этих пар состояний оказывается возможн приближенно представить через диагональные суммы операторов, п строенных указанным в (5) способом при помощи операторов $\overline{H}$ и В качестве операторов $\overline{H}$ и $\overline{S}_z$ нужно брать части операторов H и коммутирующие с оператором одноионной энергии $\sum\limits_{i=1}^{N} W_i$ [11]; такие час операторов принято называть их полудиагональными частями. В наш случае апериодической линии операторы $\overline{S}_z$ и S_z совпадают, так как коммутирует с $\sum\limits_{i=1}^{N} W_i$.

Диагональные суммы, входящие в выражения для моментов, буд вычислять в S_z-представлении. Полудиагональная часть гамильтони будет выглядеть так:

$$\overline{H} = -\delta \sum_{i=1}^{N} S_{zi}^2 + \sum_{i>j} \overline{T}_{ij},$$

где T_{ij} — оператор обменного и магнитного дипольного взаимодейст ионов. Введя операторы проектирования A_i и B_i соответственно для си лета и дублета i-го иона, T_{ij} можно представить в таком виде:

$$\overline{T}_{ij} = A_iA_jT_{ij}A_iA_j + B_iB_jT_{ij}B_iB_j + A_iB_jT_{ij}A_iB_j + \\ + A_iB_jT_{ij}B_iA_j + B_iA_jT_{ij}B_iA_j + B_iA_jT_{ij}A_iB_j.$$

Найдя таким образом $\overline{H}$ и пользуясь (5), можно вычислить интере ющие нас моменты.

Для нулевого момента получаем:

$$\langle\nu^0\rangle = \frac{2}{3} N (2S+1)^N,$$

где S — спин отдельного иона. Если электрическое поле решетки полностью снимает вырождение, а постоянного магнитного поля нет (н случай), то нулевой момент всей кривой $f(\nu)$ оказывается равным k (см. [3]). С другой стороны, в нашем случае нулевой момент всей к вой $f(\nu)$ практически совпадает с нулевым моментом апериодической нии, как это следует из первого равенства (5) с учетом того, $\overline{S}_z = S_z$. Таким образом

$$\langle\nu^0\rangle = kT\chi_0.$$

После ряда простых, но довольно громоздких вычислений наход

$$h^2 \langle\nu^2\rangle_{\text{пр}} = 3g^4\beta^4 \sum_{j \neq i} (1 - \gamma_{ij}^2)^2 r_{ij}^{-6}, \qquad ($$

где γ_{ij} — косинус угла между гексагональной осью Z и радиусом-век ром $\mathbf{r}_{ij}$. Коэффициент обменного взаимодействия в выражение для в рого момента не вошел в силу того, что оператор обменного взаимод ствия коммутирует с S_z. Считая решетку ионов Ni^{++} кубической с стоянной решетки $d = 6{,}21$ Å [10] и используя решеточные суммы

остой кубической решетки [10]:

$$\sum r_{ij}^{-6} = 8{,}50d^{-6}, \quad \sum_{j\neq i} (\lambda_{ij}^4 + \mu_{ij}^4 + \nu_{ij}^4)\, r_{ij}^{-6} = 7{,}25d^{-6},$$

$$\sum_{j\neq i} (\lambda_{ij}^2\mu_{ij}^2 + \mu_{ij}^2\nu_{ij}^2 + \nu_{ij}^2\lambda_{ij}^2)\, r_{ij}^{-6} = 0{,}625d^{-6},$$

э λ_{ij}, μ_{ij}, ν_{ij} — направляющие косинусы $\mathbf{r}_{ij}$ в координатной системе с брами куба в качестве осей, получаем:

$$h^2 \langle \nu^2 \rangle_{\text{пр}} = 12{,}15 g^4 \beta^4 d^{-6}. \tag{11}$$

Так как обменное взаимодействие может сильно влиять на форму кри- й $f(\nu)$ (см. [4]), то для его учета необходимо подсчитать моменты апе- одической линии более высокого порядка. Нахождение четвертого мо- нта оказывается связанным с простыми, но весьма громоздкими вычис- ниями. Если учитывать обменное взаимодействие только для ближай- х соседей, то в результате получается следующее выражение:

$$h^4 \langle \nu^4 \rangle_{\text{пр}} = 198 g^4 \beta^4 A^2 d^{-6} + 213 g^8 \beta^8 d^{-12} \pm 0{,}3\cdot 10^{-68}\ \text{эрг}^4, \tag{12}$$

A — обменный коэффициент для соседних ионов. Для вычисления го момента были подсчитаны следующие решеточные суммы, которые гут оказаться полезными также и при решении других задач, связан- х с кристаллами, имеющими кубическую решетку:

$$\sum_{\substack{\neq l \\ l}} \frac{\lambda_{il}^2 \lambda_{jl}^2}{r_{il}^3 r_{jl}^3} = 4{,}740 d^{-6}, \quad \sum_{\substack{j\neq i_0\neq l \\ j\neq l}} \frac{\lambda_{il}^2 \nu_{jl}^2}{r_{il}^3 r_{jl}^3} = 2{,}155 d^{-6}, \quad \sum_{\substack{j\neq i_0\neq l \\ j\neq l}} \frac{\lambda_{il}\nu_{il}\lambda_{jl}\nu_{jl}}{r_{il}^3 r_{jl}^3} = 0{,}472 d^{-6}, \tag{13}$$

суммирование проведено по ближайшим 400 соседям i_0-го иона.

5. В качестве функции $\varphi_4(\nu)$, имеющей второй и четвертый моменты, жно взять такую функцию [9]:

$$\varphi_4(\nu) = \varphi_2(\nu) + \frac{1}{4!} \left(\langle \nu^4 \rangle_{\text{пр}} - \int_0^\infty \nu^4 \varphi_2(\nu)\, d\nu \right) \frac{d}{d\nu^4} \varphi_2(\nu), \tag{14}$$

$$\varphi_2(\nu) = \langle \nu^0 \rangle \left(\frac{2}{\pi \langle \nu^2 \rangle_{\text{пр}}} \right)^{1/2} e^{-\nu^2/2\langle \nu^2 \rangle_{\text{пр}}}. \tag{15}$$

дставляя $\varphi_4(0)$ в формулу (3) и пользуясь (9), получаем связь τ_s с ве- иной A. Величина g равна 2,36 [10]. К сожалению, эксперименталь- данных о величине τ_s в фторсиликате никеля в литературе не ется. Если бы такие данные имелись, то результаты наших вычисле- позволили бы оценить константу обменного взаимодействия A. Оценка й константы в работе [10] из данных о форме ларморовой линии по- щения в фторсиликате никеля дает $|A| \approx 8\cdot 10^{-18}$ эрг, что является о завышенным значением по сравнению с результатами оценки $|A| \approx$ $\cdot 10^{-18}$ эрг, полученными по данным измерений теплоемкости спин-систе- при очень низких температурах [12]. Возможно, что это завышение словлено неоднородностями сильного внешнего магнитного поля в экс- иментах по парамагнитному резонансу. Эксперименты по определению основанные на использовании выражения (1), были бы свободны от о недостатка, что, возможно, позволило бы более точно определить Знак A из таких экспериментов определить, к сожалению, не уда- бы, так как в выражении для $\langle \nu^4 \rangle_{\text{пр}}$ члены, пропорциональные

первой степени A, оказываются меньше погрешностей, с которыми вычи ляются остальные члены (по этой причине члены с первой степенью A н написаны в правой части (12)). Взяв в качестве $|A|$ величину $5\cdot10^{-18}$ эр получаем из (11) и (12):

$$\left.\begin{aligned}\langle\nu^2\rangle_{\text{пр}} &= (1{,}10\pm0{,}02)\cdot10^{18}\ \text{сек}^{-2},\\ \langle\nu^4\rangle_{\text{гр}} &= (12\pm1{,}5)\cdot10^{36}\ \text{сек}^{-4}.\end{aligned}\right\}\qquad (1$$

Отсюда $\langle\nu^4\rangle_{\text{пр}}^{1/4}/\langle\nu^2\rangle_{\text{пр}}^{1/2}=1{,}78$, тогда как для гауссовой формы кривой (к торая годится в тех случаях, когда роль обмена мала) это отношени равно 1,32. Из этого видно, что обменные взаимодействия сильно влияю на форму кривой, хотя на величину второго момента они не влияю Как показал Ван-Флек, такой ход кривой, при котором отношени $\langle\nu^4\rangle_{\text{пр}}^{1/4}/\langle\nu^2\rangle_{\text{пр}}^{1/2}$ имеет величину бóльшую, чем в гауссовом случае, свид тельствует о том, что кривая спадает на краях линии менее быстр чем в гауссовом случае, но в то же время она более круто заостряет в максимуме (обменное сужение).

Наконец, используя (3), (14), (15) и (16), для времени спин-спинов релаксации получаем:

$$\tau_s = 2{,}2\cdot10^{-9}\ \text{сек.}\qquad (1$$

В заключение пользуюсь случаем поблагодарить И. Г. Шапошнико и С. А. Альтшулера за постоянное внимание к этой работе и за обсуждени

Молотовский гос. университет
им. А. М. Горького

Цитированная литература

1. Шапошников И. Г., см. настоящий номер журнала, стр. 1255.
2. Bleaney B., Stevens K. W. H., Rep. Progr. Phys., **16**, 108 (1953).
3. Broer L. J. F., Physica, **10**, 801 (1943).
4. Van Vleck J. H., Phys. Rev., **74**, 1168 (1948).
5. Pauling L., ZS. Kristallogr., **72**, 345 (1930).
6. Hund F., ZS. f. Phys., **33**, 855 (1925).
7. Becquerel J., Opechowski W., Physica, **6**, 1039 (1939).
8. Шапошников И. Г., ЖЭТФ, **17**, 824 (1947).
9. Wright A., Phys. Rev., **76**, 1826 (1949).
10. Ishiguro E., Kambe K., Usui T., Physica, **17**, 310 (1951).
11. Ishiguro E., Kambe K., Usui T., Phys. Rev., **82**, 680 (1951).
12. Benzie R. J., Cooke A. H., Proc. Phys. Soc., **A 63**, 213 (1950).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

Л. М. ЦИРУЛЬНИКОВА и И. Г. ШАПОШНИКОВ

К ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ РЕЗОНАНСНОГО ПАРАМАГНИТНОГО ВРАЩЕНИЯ

1. В 1948 г. был открыт [1] эффект вращения плоскости поляризации ;иоволн сантиметрового диапазона, распространяющихся в парамаг- ике параллельно внешнему постоянному магнитному полю. Этот эффект учил название радиочастотного эффекта Фарадея (в последнее время называют также эффектом резонансного парамагнитного вращения), ако он лишь в очень малой степени аналогичен обычному эффекту радея на видимом свете. В силу того обстоятельства, что время релак- ии макроскопического магнитного момента, обусловленной взаимо- ствием магнитных моментов парамагнитных ионов, имеет порядок ичины обратной частоты радиоволн сантиметрового диапазона и, довательно, гораздо больше обратной частоты видимых световых волн, анизмы обоих эффектов совершенно различны: в случае обычного екта Фарадея имеет значение только электрическая анизотропия цы, создаваемая внешним постоянным магнитным полем, тогда как амагнитное вращение плоскости поляризации радиоволны обусловлено нитной анизотропией, вызываемой постоянным магнитным полем, трическая же анизотропия здесь значения не имеет.

Наиболее обстоятельное экспериментальное исследование парамагнит- о вращения плоскости поляризации сантиметровых волн проделано римеровым [2]. Сколько-нибудь полной теории этого явления, на- лько нам известно, нет.

3 настоящей работе делается попытка построения феноменологиче- й теории парамагнитного вращения для волн сантиметрового диапа- а. В соответствии со сказанным выше, парамагнитная среда считается тропной в электрическом отношении и обладающей магнитной ан- тропией, обусловленной внешним постоянным магнитным полем.

2. Для получения зависимости удельного угла вращения ϑ плоскости яризации радиоволны круговой частоты ω от величины внешнего по- нного магнитного поля воспользуемся формулой Френеля:

$$\vartheta = \frac{\omega}{C} \cdot \frac{\gamma_{-} - \gamma_{+}}{2}, \qquad (1)$$

γ_{+} и γ_{-} — действительные части комплексных показателей преломле- лево- и право-поляризованных круговых волн; величины γ_{+} и γ_{-} чным образом выразим через компоненты тензора магнитной восприим- ости, которые найдем на основании феноменологической теории намаг- ивания нормального парамагнетика с чисто спиновым магнетизмом ерпендикулярных полях, данной Шапошниковым [3].

Воспользуемся уравнением теории [3] для изменения с временем агниченности $\mathbf{M}$:

$$\dot{\mathbf{M}} = -\varkappa \left\{\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{M}}\right\} + g\,[\mathbf{MH}], \qquad (2)$$

Ф — неравновесный термодинамический потенциал, равный

$$\Phi = -\frac{a}{2T} - \mathbf{HM} + \frac{M^2 T}{2b}, \qquad (3)$$

а $\mathbf{H}=\mathbf{H}_0+\vec{\eta}$ — внешнее магнитное поле с направленной по оси Z п стоянной составляющей $\mathbf{H}_0$ и направленной по оси X радиочастотн составляющей $\vec{\eta}$. В формулах (2) и (3) T — температура спин-систем (отличающаяся от температуры решетки T_0), g — гиромагнитное отнош ние, $\varkappa$ — остающаяся не известной функция от T_0 и H_0, b — постоянна Кюри, a — постоянная магнитной теплоемкости.

Скобки в правой части уравнения (2) означают линеаризацию стоящ в них выражений относительно следующих малых величин: $\theta\equiv T-T$ составляющих $\vec{\eta}$ и составляющих переменной части намагниченнос $\vec{\xi}=\mathbf{M}-\mathbf{M}_0$, где $\mathbf{M}_0=\frac{b}{T_0}\mathbf{H}_0$. Выполняя эту линеаризацию, пользуя первым началом термодинамики для спин-системы и вводя вместо $\varkappa$ вре изотермической спиновой релаксации намагниченности $\tau_s=\frac{b}{T_0\varkappa}$ (см. [4 приходим к такому уравнению относительно $\vec{\xi}$:

$$\left(i\omega+\frac{1}{\tau_s}\right)\vec{\xi}+g\,[\mathbf{H}_0\vec{\xi}]=\frac{\chi_0}{\tau_s}\vec{\eta}+g\,[\mathbf{M}_0\vec{\eta}], \qquad (4)$$

где $\chi_0=\frac{b}{T_0}$ — изотермическая равновесная магнитная восприимчивос Решение уравнения (4) имеет вид:

$$\vec{\xi}=\chi\vec{\eta}+i\,[\vec{\delta}\,\vec{\eta}], \qquad (5)$$

где $\vec{\delta}$ имеет направление $\mathbf{H}_0$,

$$\chi=\frac{\chi_0\left[\frac{1}{\tau_s}\left(i\omega+\frac{1}{\tau_s}\right)+\omega_0^2\right]}{\left(i\omega+\frac{1}{\tau_s}\right)^2+\omega_0^2} \qquad (6)$$

и

$$\delta=\frac{\chi_0\omega\omega_0}{\left(i\omega+\frac{1}{\tau_s}\right)^2+\omega_0^2},$$

причем $\omega_0\equiv gH_0$. Подставляя (5) в (4), находим тензор комплексной в приимчивости:

$$\{\chi\}=\begin{Bmatrix}\chi & -i\delta & 0\\ i\delta & \chi & 0\\ 0 & 0 & \chi\end{Bmatrix},$$

составляющие которого являются, таким образом, функциями цикли ской частоты переменного поля ω и величины постоянного магнитн поля H_0. Заметим, что здесь, как и в теории [3], под тензором магнит восприимчивости понимается тензор, связывающий переменную ча выражения для намагниченности с переменной частью выражения д внешнего магнитного поля.

Обратимся теперь к уравнениям Максвелла, имея в виду диэлект ческие парамагнетики, к которым относятся эксперименты [2]:

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{rot}\mathbf{E}&=-\frac{1}{c}\dot{\mathbf{B}},\\ \operatorname{rot}\mathbf{H}&=\frac{1}{c}\dot{\mathbf{D}}.\end{aligned}\right\}$$

Так как парамагнетик считается изотропным в электрическом отношении, то

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \tag{10}$$

где электрическая проницаемость ε есть скаляр. Обозначим переменную часть **H** через $\vec{\eta}'$, а переменную часть **B** — через **b**. Переменная часть намагниченности $\vec{\xi}$ связана с переменной частью внешнего магнитного поля $\vec{\eta}$ соотношением (5), т. е. через тензор (8). В силу слабой поляризуемости парамагнетиков, мы будем считать, что этот же тензор даст и связь $\vec{\xi}$ с $\vec{\eta}'$; тогда

$$\mathbf{b} = (1 + 4\pi\chi)\vec{\eta}' + 4\pi i\,[\vec{\delta}\,\vec{\eta}']. \tag{11}$$

Пользуясь (10) и (11) и исключая из (9) **E**, получаем уравнение для $\vec{\eta}'$:

$$\nabla(\nabla\vec{\eta}') - \nabla^2\vec{\eta}' + \frac{\varepsilon}{c^2}\{(1 + 4\pi\chi)\ddot{\vec{\eta}}' + 4\pi i\,[\vec{\delta}\,\ddot{\vec{\eta}}']\} = 0. \tag{12}$$

Легко убедиться непосредственно, что это уравнение имеет два решения в виде лево- и право-поляризованных круговых волн, комплексные показатели преломления которых равны:

$$n_{\pm}^2 = \varepsilon(1 + 4\pi\chi \pm 4\pi\delta). \tag{13}$$

При экспериментальном исследовании резонансного парамагнитного вращения (см. [2]) условия таковы, что $\tau_s\omega$ не сильно отличается от единицы, а ω_0 не лежит далеко от ω. С другой стороны, $\chi_0 \sim 10^{-6}$. Таким образом, χ и δ очень малы по сравнению с единицей и (13) даст с достаточной точностью:

$$\gamma_{\pm} = \sqrt{\varepsilon}(1 + 2\pi\chi' \pm 2\pi\delta'), \tag{14}$$

где χ' и δ' — действительные части χ и δ. Из (1) и (14) получаем тогда:

$$\vartheta = -\frac{2\pi\omega\sqrt{\varepsilon}}{c}\,\delta'. \tag{15}$$

Формула (15) показывает, что удельный угол вращения плоскости поляризации радиоволн в парамагнетиках определяется действительной частью так называемого вектора гирации $\vec{\delta}$. Окончательно находим, воспользовавшись (7):

$$\vartheta = -\vartheta_0\frac{\omega^2\omega_0\tau_s^2\,[1 + \tau_s^2(\omega_0^2 - \omega^2)]}{[1 + \tau_s^2(\omega_0^2 - \omega^2)]^2 + 4\tau_s^2\omega^2}, \tag{16}$$

где

$$\vartheta_0 \equiv \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon}\,\chi_0}{c}. \tag{17}$$

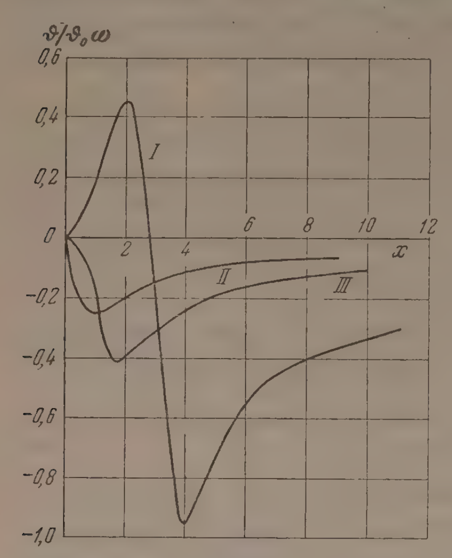
Как видно из (16) и (17), угол вращения зависит от частоты переменного поля и от величины постоянного поля. Частота переменного поля входит в выражение для ϑ непосредственно, величина же постоянного поля — как непосредственно (через ω_0), так, вообще говоря, и через время изотермической спиновой релаксации намагниченности τ_s. Однако из опытов Гарифьянова [5], Ситникова [6] и Курушина [7] вытекает, что τ_s следует считать не зависящим от величины постоянного поля, так что полученная нами формула даст зависимость угла вращения от величины постоянного поля вполне определенно.

3. Вводя обозначения $\tau_s\omega \equiv a$ и $\tau_s\omega_0 \equiv x$, получим из (16) формулу:

$$\vartheta(x) = \vartheta_0 \frac{a\omega x\,[a^2 - 1 - x^2]}{4a^2 + [1 - a^2 + x^2]^2}, \tag{18}$$

в которую H_0 входит через x.

От величины параметра a существенно зависит вид кривой $\vartheta(x)$. Об этом свидетельствуют кривые, приведенные на рисунке для трех значений a ($a < 1$, $a = 1$ и $a > 1$); оказывается, что форма кривой получается совершенно разной в случае, когда частота переменного поля больше, чем τ_s^{-1}, и в обратном случае. Известные нам эксперименты относятся к первому из этих двух случаев. Сравнение наших теоретических результатов с экспериментальными данными Непримерова [2] показывает, что теория хорошо согласуется с опытом как в отношении порядка величины эффекта, так и в отношении формы кривой, изображающей зависимость угла вращения от величины постоянного поля при заданной частоте переменного поля.



Теоретические кривые резонансного парамагнитного вращения, соответствующие трем значениям a: I — $a = 3$, II — $a = 0{,}5$, III — $a = 1$

В заключение заметим, что приближенное определение положения точек экстремумов кривой вращения приводит к простому выражению:

$$x = a \pm 1. \tag{19}$$

Это дает новую возможность экспериментального определения изотермического времени спиновой релаксации τ_s.

Молотовский гос. университет
им. А. М. Горького

Цитированная литература

1. Wilson M. C., Hull G. F., Phys. Rev., **74**, 711 (1948).
2. Непримеров Н. Н., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, 368 (1954).
3. Шапошников И. Г., Диссертация. — Молотовский гос. университет, 1949.
4. Шапошников И. Г., см. настоящий номер журнала, стр. 1255.
5. Гарифьянов Н. С., ЖЭТФ, 25, 359 (1953).
6. Ситников К. П., Диссертация. — Казанский гос. университет, 1954.
7. Курушин А. И., см. настоящий номер журнала, стр. 1232.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

И. Г. ШАПОШНИКОВ

О ПОНЯТИИ ВРЕМЕНИ СПИН-СПИНОВОЙ РЕЛАКСАЦИИ В ПАРАМАГНЕТИКАХ

1. В дальнейшем мы будем иметь в виду только нерезонансные парамагнитные релаксационные явления, т. е. явления, которые имеют место тогда, когда внешнее постоянное магнитное поле или направлено параллельно радиочастотному, или отсутствует (см. [1]).

В работах по феноменологической теории парамагнитной релаксации в нерезонансном случае рассматриваются диэлектрические парамагнитные кристаллы с чисто спиновым электронным магнетизмом. Парамагнитные релаксационные явления в таких парамагнетиках вызываются двумя типами релаксационных процессов в системе взаимодействующих друг с другом и с окружением спиновых магнитных моментов частиц парамагнетика, обусловливающих его магнитные свойства (эту систему принято называть спин-системой парамагнетика): во-первых, релаксацией в указанной системе, обусловленной имеющимися в ней внутренними взаимодействиями (релаксация магнитного момента к его равновесному значению, соответствующему мгновенным значениям температуры спин-системы и внешнего магнитного поля, называемая спин-спиновой релаксацией), и, во-вторых, релаксацией в этой системе, обусловленной ее взаимодействием с другими частями парамагнетика, с его решеткой (релаксация температуры спин-системы к температуре решетки, называемая спин-решеточной релаксацией).

Первая феноменологическая теория парамагнитной релаксации была дана Казимиром и Дю-Пре в 1938 г. [2] для спин-решеточной релаксации в параллельных полях и затем несколько усовершенствована другими авторами (см. [1]). Позже Шапошниковым [3] была дана более общая феноменологическая теория, в которой рассматривается как спин-решеточная, так и спин-спиновая релаксация. Наконец, недавно Хуцишвили [4] провел еще более общее феноменологическое рассмотрение релаксационных процессов (в непосредственном смысле слова, т. е. в постоянном внешнем магнитном поле) в парамагнетике, основывающееся на использовании принципа Онзагера, причем он, в частности, показал, в каких предположениях получаются соотношения теории Шапошникова.

2. В теории Казимира и Дю-Пре рассматривается только спин-решеточная релаксация, в соответствии с чем предполагается, что спин-система проходит через состояния полного внутреннего равновесия, хотя и не находится в равновесии с решеткой. В теории величина τ_l, характеризующая быстроту установления теплового равновесия между спин-системой и решеткой, называется временем спин-решеточной релаксации.

В большом числе случаев теория Казимира и Дю-Пре вполне удовлетворительно совпадает с опытом (см. [1]). Однако при достаточно высоких частотах переменного поля и при не слишком больших величинах постоянного поля было установлено наличие существенных расхождений этой теории с опытом (см. [1]). Сразу же после обнаружения этих расхождений Гортер высказал предположение, что при частотах и полях, при которых теория спин-решеточной релаксации перестает совпадать с опытом, начинает сказываться влияние спин-спиновой релаксации, и для

учета этого влияния он предложил к выражению для мнимой части комплексной магнитной восприимчивости, даваемому теорией спин-решеточной релаксации, добавить такое выражение (см. [1]):

$$\chi_s'' = \chi_0 (1 - F) \tau' \omega, \tag{1}$$

где χ_0 — изотермическая равновесная восприимчивость, F — известная функция напряженности постоянного поля (для нормальных парамагнетиков монотонно возрастающая от нуля до единицы с ростом аргумента), ω — частота переменного поля и τ' — величина, которая является эмпирической функцией напряженности постоянного поля и должна в каком-то смысле характеризовать быстроту установления равновесия в спин-системе в силу внутренних взаимодействий в ней; величину τ' стали называть временем спин-спиновой релаксации. Добавление эмпирического выражения (1) к теории Казимира и Дю-Пре позволило удовлетворительно интерпретировать опытные данные, но никакого теоретического истолкования этому выражению дано не было; в частности, оставалось совершенно не выясненным, в каком именно смысле величина τ' характеризует быстроту установления равновесия в спин-системе.

3. В теории Шапошникова учитывается то обстоятельство, что спин-система проходит через неравновесные состояния. Делается основное предположение о том, что эти состояния представляют собой состояния неполного равновесия, которые вполне характеризуются температурой спин-системы, напряженностью внешнего магнитного поля и намагниченностью, мгновенное значение которой уже не определяется соответствующими мгновенными значениями температуры и поля. Используется данное Леонтовичем [5] определение термодинамических характеристических функций неравновесных состояний. В теории Шапошникова есть, кроме величины τ_l, имеющей тот же смысл, что и в теории Казимира и Дю-Пре, еще величина τ_s, характеризующая быстроту изотермического приближения намагниченности к равновесному значению в силу внутренних взаимодействий в спин-системе .Величину τ_s, так же как и τ' из (1), стали называть временем спин-спиновой релаксации, однако для нее следует пользоваться более точно передающим ее смысл названием: время изотермической спин-спиновой релаксации намагниченности.

Из теории Шапошникова получается, что в той области полей и частот, в которой эксперимент начинает заметно расходиться с теорией Казимира и Дю-Пре, роль происходящей в этой области существенной спин-спиновой релаксации действительно может быть приближенно учтена аддитивным членом предложенного Гортером вида (1). Так как формула Шапошникова для комплексной магнитной восприимчивости переходит в формулу Казимира и Дю-Пре при $\tau_s = 0$, то естественно считать, что в упомянутой выше области полей и частот для используемых в экспериментах парамагнетиков имеет место $\tau_s\omega \ll 1$. С другой стороны, для этих веществ в этой области полей и частот, как показывает опыт (см. [1]), всегда $\tau_l\omega > 1$ и даже часто $\tau_l\omega \gg 1$. Если, учтя оба эти обстоятельства (которые заставляют, кстати, считать, что для указанных веществ в указанной области полей и частот $\tau_s \ll \tau_l$), разложить даваемое теорией Шапошникова выражение для мнимой части комплексной магнитной восприимчивости χ'' по степеням малых величин $\tau_s\omega$ и $1/\tau_l\omega$, то оказывается, что разложение начинается с членов первого порядка относительно $\tau_s\omega$ и $1/\tau_l\omega$. Таким образом, вклады спин-решеточной и спин-спиновой релаксаций в χ'' в первом приближении аддитивны, причем для вклада спин-спиновой релаксации χ_s'' получается:

$$\chi_s'' = \chi_0 (1 - F)^2 \tau_s \omega. \tag{2}$$

4. Сравнение (2) и (1) показывает, что величина τ', входящая в эмпирическое выражение Гортера, есть $\tau_s(1 - F)$. Для дальнейшего выяснения смысла этой величины в наиболее часто встречающемся случае нормаль-

ных парамагнетиков рассмотрим изолированную от решетки спин-систему такого парамагнетика (практически такая изоляция действительно будет иметь место при частотах, достаточно больших в смысле $\tau_l\omega \gg 1$, и тогда парамагнитные релаксационные явления будут определяться одной только спин-спиновой релаксацией). Пусть внешнее магнитное поле имеет только постоянную составляющую напряженности H_0. Обозначим через T_0 температуру спин-системы в начальный момент времени $t = 0$, через M_0 — равновесное значение намагниченности M, соответствующее H_0 и T_0, и через ξ — отклонение M от M_0. Пусть в начальный момент как-либо создано значение $\xi(0)$ величины ξ, причем $\xi(0) \ll M_0$. Пользуясь основными уравнениями теории Шапошникова, специализированными для рассматриваемого случая, легко получить закон изменения ξ с временем. Оказывается (см. [6]), что в линейном относительно $\xi(0)/M_0$ приближении (что соответствует линейности теории Шапошникова по отношению к отклонениям всех величин от их равновесных значений) величина ξ с ростом t стремится к пределу $\xi(\infty)$, дающему равновесную намагниченность при H_0 и $T(\infty)$, причем это стремление происходит по закону e^{-t/τ_s^*}, где $\tau_s^* \equiv \tau_s(1 - F)$. Так как процессы, идущие в изолированной от решетки спин-системе, являются адиабатическими, то величину τ_s^* естественно назвать временем адиабатической спин-спиновой релаксации намагниченности. Таким образом, смысл величины, входящей в (1), выяснен вполне: $\tau' = \tau_s^*$.

Если учесть, что адиабатическая равновесная восприимчивость парамагнетиков рассматриваемого нами сейчас типа есть $\chi_0^* = \chi_0(1 - F)$ (см., например, [6]), то выражение (2) для спин-спиновой части χ'' при частотах, больших в смысле $\tau_l\omega \gg 1$, но малых в смысле $\tau_s\omega \ll 1$, даваемое теорией Шапошникова, можно написать в таком виде:

$$\chi_s'' = \chi_0^* \tau_s^* \omega. \tag{3}$$

Если не считать частоту малой в смысле $\tau_s\omega \ll 1$, то эта теория дает для комплексной восприимчивости изолированной от решетки спин-системы дебаевское выражение с равновесной восприимчивастью χ_0^* и временем релаксации τ_s^* (см. [6]), из которого (3) следует в частном случае при $\tau_s\omega \ll 1$.

5. Итак, при феноменологическом рассмотрении нерезонансных парамагнитных релаксационных явлений пользуются одним и тем же названием — время спин-спиновой релаксации — для двух разных величин τ_s и τ_s^*, характеризующих, соответственно, быстроту изотермического и адиабатического приближения намагниченности парамагнетика к равновесному значению благодаря внутренним взаимодействиям в его спин-системе. По этой причине иногда возникают недоразумения. Так, в работе Шапошникова [3] сказано, что эмпирическое выражение Гортера (1) является не вполне правильным; в работах [7] и [8] это выражение называется неправильным и не описывающим экспериментальных фактов; в работе [9], напротив, говорится, что неправильной является замена в χ_s'' величины $(1 - F)$ (см. (1)) на величину $(1 - F)^2$ (см. (2)). Проведенное выше рассмотрение показывает неверность всех этих утверждений.

Молотовский гос. университет
им. А. М. Горького

Цитированная литература

1. Гортер К., Парамагнитная релаксация.— ИЛ, М., 1949.
2. Casimir H., du Prè F., Physica, **5**, 507 (1938).
3. Шапошников И. Г., ЖЭТФ, **18**, 533 (1948).
4. Хуцишвили Г. Р., ЖЭТФ, **29**, 329 (1955).
5. Леонтович М. А., Введение в термодинамику.— ГИТТЛ, М.— Л., 1951.
6. Кузнецов А. С., Диссертация. — Молотовский гос. университет, 1954.
7. Гарифьянов Н. С., ЖЭТФ, **25**, 359 (1953).
8. Ситников К. П., Диссертация.— Казанский гос. университет, 1954.
9. Хуцишвили Г. Р., Сообщения АН Груз. ССР, **16**, 351 (1955).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

И. Г. ШАПОШНИКОВ и А. С. КУЗНЕЦОВ

К ОБЩЕЙ ТЕОРИИ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ

1. После открытия парамагнитных релаксационных явлений (см. [1]) вопросы кинетики намагничивания парамагнетиков привлекают к себе большое внимание. Теоретическое изучение этих вопросов средствами квантовой механики было начато в 1932 г. Валлером [2] еще до экспериментального обнаружения парамагнитной релаксации. В работе Валлера рассмотрение ведется для очень грубой модели парамагнетика, но задача ставится весьма общим образом, причем существование релаксации не предполагается, а должно вытекать из теории. Однако Валлеру не удалось далеко продвинуться по намеченному им общему пути из-за сложности получающегося при этом выражения для намагниченности парамагнетика; по поводу основного вопроса об асимптотическом поведении этого выражения при больших временах Валлером высказываются только некоторые предварительные соображения оценочного характера. Многочисленные дальнейшие работы по квантовой теории парамагнитных релаксационных явлений (имеются в виду как нерезонансные явления в параллельных полях или в отсутствие постоянного поля, так и парамагнитный резонанс в перпендикулярных полях) посвящены, главным образом, решению отдельных частных задач, относящихся к этим явлениям в различных конкретных парамагнетиках (см. [3, 4]). Таким образом, многие существенные общие вопросы кинетики намагничивания парамагнетиков оставались не выясненными. Недавно были сделаны попытки разобраться в некоторых из этих вопросов [5—7]. Одна из этих попыток, предпринятая нами [7], основана на продолжении общего исследования, начатого в работе Валлера [2]. В настоящей заметке приводятся некоторые из полученных нами в [7] результатов. Эти результаты имеют общий характер и выходят за рамки первоначально поставленной в [7] магнитной задачи. Для упрощения изложения мы будем, однако, пользоваться, как и в [7], терминологией, относящейся к упомянутой магнитной задаче.

2. Рассмотрим изолированную от решетки спин-систему диэлектрического парамагнитного кристалла с нормальным чисто спиновым магнетизмом, взаимодействующую с внешним магнитным полем, направленным по оси Z (по поводу такой постановки вопроса см. [7]). Пусть E — оператор внутренних взаимодействий в спин-системе, η — величина внешнего магнитного поля и μ — оператор Z-составляющей магнитного момента спин-системы; тогда гамильтониан спин-системы имеет вид:

$$H = E - \eta\mu. \tag{1}$$

Поставим такую задачу: пусть до момента времени $t = 0$ внешнего поля не было и спин-система находилась в равновесии при температуре T, а в момент $t = 0$ включается внешнее поле, причем зависимость η от t задана; как будет в этих условиях изменяться с временем намагниченность пармагнетика ξ, т. е. Z-составляющая макроскопического магнитного момента спин-системы? Эту задачу мы рассмотрим в том случае, когда для $t \geqslant 0$ имеет место

$$\eta(t) = \eta_0 \sin \omega t \tag{2}$$

и когда η_0 достаточно мало́ для того, чтобы можно было считать ξ про-
порциональным η_0.

Величину ξ будем искать по формуле:

$$\xi = \mathrm{Sp}\,(w\mu), \tag{3}$$

где w — статистический оператор спин-системы, для которого имеем
уравнение:

$$ih\dot{w} = Hw - wH \tag{4}$$

h — постоянная Планка, деленная на 2π). В соответствии с постановкой
задачи, уравнение (4) нужно решать с таким начальным условием:

$$w\,(0) = Z^{-1}e^{-E/kT}, \tag{5}$$

где

$$Z = \mathrm{Sp}\,e^{-E/kT} \tag{6}$$

k — постоянная Больцмана).

В работе Валлера [2] уравнение (4), записанное в матричном виде в
E-представлении, решено для нескольких типов зависимости η от t в
линейном относительно η_0 приближении. В случае зависимости η от t,
даваемой (2), для ξ получается выражение, которое можно привести к
такому виду:

$$\xi = 2\eta_0 G^{-1}(kT)^{-1} \sum_{j>k} (j,k)\,|\mu_{jk}|^2 \frac{\omega_{jk}}{\omega_{jk}^2 - \omega^2}\,(\omega_{jk}\sin\omega t - \omega\sin\omega_{jk}t), \tag{7}$$

где G — число всех собственных функций оператора E, а μ_{jk} и ω_{jk} — мат-
ричные элементы оператора μ и квантовые частоты $h^{-1}(E_j - E_k)$;
собственные значения E_r оператора E перенумерованы в порядке возра-
стания, так что все числа ω_{jk}, входящие в (7), положительны.

3. Для дальнейшего будут нужны некоторые сведения о квантовых
частотах ω_{jk}. В силу конечности числа возможных ориентаций спинов,
число G собственных функций оператора E конечно, а спектр этого
оператора ограничен сверху и снизу. Поэтому числа $|\omega_{jk}|$ лежат между
наименьшим ω_0 и наибольшим ω_1. Рассмотрим случай, когда в качестве
E можно взять оператор дипольного магнитного взаимодействия спинов.
Тогда $\mathrm{Sp}\,E = 0$ и ω_1 определяется по порядку величины наибольшим
из $|E_j|$. Не имея возможности решить уравнение для собственных функций
и собственных значений оператора E, обратимся к грубой оценке, осно-
ванной на классических соображениях. Дипольное магнитное взаимодей-
ствие в спин-системе часто характеризуют (см. [1]) величиной H,
называемой константой внутреннего магнитного поля и вводимой как
квадратный корень из квадрата напряженности магнитного поля, соз-
даваемого внутри спин-системы в месте нахождения какого-либо спина
всеми остальными спинами, усредненного по всевозможным ориентациям
всех спинов, кроме рассматриваемого, в том предположении, что эти
ориентации равновероятны и принимаются разными спинами независимо
друг от друга. Оказывается, что H очень слабо зависит от положения
выделенного спина и определяется в основном несколькими десятками
его ближайших соседей; для разных парамагнетиков $\mathrm{H} \sim 10^2 \div 10^3$ Ое
(см. [1]). В качестве грубой оценки для наибольшей из величин $|E_j|$
можно принять $N\beta\mathrm{H}$, где N — полное число спинов и β — магнетон Бора,
и тогда

$$\omega_1 \sim N\beta\mathrm{H}h^{-1} \sim 10^9 \div 10^{10}\,N \ \text{радиан сек}^{-1}. \tag{8}$$

При учете других взаимодействий внутри спин-системы, кроме диполь-
ного магнитного, оценка ω_1 может повыситься. Что же касается ω_0, то
для парамагнетика макроскопических размеров спектр оператора E яв-
ляется квазинепрерывным, так что можно считать $\omega_0 = 0$; действительно,

число точек указанного спектра порядка $G = m^N$, где m — число возможных ориентаций одного спина, а ширина промежутка, в котором лежат все эти точки, растет с ростом N гораздо медленнее (в случае одного ди-польного магнитного взаимодействия ее можно грубо оценить как $N\beta H$, см. выше). Ясно, что ω всегда находится внутри промежутка $[0, \omega_1]$. Для числа R точек $|\omega_{jk}|$ в этом промежутке имеем:

$$R \sim G^2 = m^{2N}. \qquad (9)$$

4. Вернемся к выражению (7) для намагниченности. Перепишем его тождественно в таком виде:

$$\xi = \eta_0 [\varkappa'(t) \sin \omega t - \varkappa''(t) \cos \omega t], \qquad (10)$$

где

$$\varkappa'(t) = 2G^{-1}(kT)^{-1} \sum_{j>k} (j, k) |\mu_{jk}|^2 \frac{\omega_{jk}}{\omega_{jk}^2 - \omega^2} [\omega_{jk} - \omega \cos (\omega_{jk} - \omega) t], \qquad (11)$$

$$\varkappa''(t) = 2G^{-1}(kT)^{-1} \sum_{j>k} (j, k) |\mu_{jk}|^2 \frac{\omega_{jk}}{\omega_{jk}^2 - \omega^2} \omega \sin (\omega_{jk} - \omega) t. \qquad (12)$$

Опыт говорит, что через достаточно большое время после включения внешнего магнитного поля (практически сразу) намагниченность дается выражением (10) с независящими от времени величинами $\varkappa'$ и $\varkappa''$, представляющими собой действительную и мнимую части комплексной магнитной восприимчивости, определяющей парамагнитные релаксационные явления. Но, согласно (11) и (12), величины $\varkappa'$ и $\varkappa''$ являются почти периодическими функциями времени. Таким образом, наше теоретическое рассмотрение, при котором мы исходили из основного уравнения квантовой механики (4), релаксации, как будто бы, не дает. Однако при обсуждении вопроса о том, насколько результаты нашего рассмотрения соответствуют опыту, нужно иметь в виду, что релаксация есть явление специфически макроскопическое. Поэтому следует посмотреть, какими особенностями будут обладать правые части выражений (11) и (12), справедливых при любом N, в случае парамагнетика макроскопических размеров, когда N очень велико.

5. Для парамагнетика макроскопических размеров спектр оператора E квазинепрерывен, в силу чего числа ω_{jk}, входящие в (11) и (12), чрезвычайно близки друг к удругу (см. (8) и (9)). Значит, если t не слишком велико, то весьма близки друг к другу и слагаемые сумм в (11) и (12). Чтобы посмотреть, какие свойства сумм из (11) и (12) связаны с этим обстоятельством, заменим эти суммы интегралами, воспользовавшись упомянутой выше близостью друг к другу, соответственно, чисел ω_{jk} и слагаемых указанных сумм. Формальная замена дает (см. [7]):

$$\varkappa'(t) = 2G^{-1}(kT)^{-1} \int_0^{\omega_1} f(\omega') \frac{\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} [\omega' - \omega \cos (\omega' - \omega) t]\, d\omega', \qquad (13)$$

$$\varkappa''(t) = 2G^{-1}(kT)^{-1} \int_0^{\omega_1} f(\omega') \frac{\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} \sin (\omega' - \omega)\, t d\omega', \qquad (14)$$

где $f(\omega') d\omega'$ есть сумма всех таких $|\mu_{jk}|^2$, для которых $\omega' \leqslant \omega_{jk} < \omega' + d\omega'$ (разумеется, μ_{jk}, вообще говоря, различны при одном и том же ω_{jk} и разных j и k). Это формальная замена будет иметь смысл только в том случае, если свойства функции f обеспечивают существование интегралов в (13) и (14). Далее, интересующее нас поведение этих интегралов с ростом t можно надеяться выяснить только тогда, когда имеются достаточные сведения о виде функции f. Для нахождения функции f нужно было бы знать собственные функции и собственные значения оператора E. Соответствующая задача не решена и настолько

ложна, что вряд ли можно надеяться на ее решение. Но представляет звестный интерес и такая постановка вопроса: нельзя ли сделать о виде ункции f такие разумные предположения, выполнение которых обеспе- ило бы существование интегралов из (13) и (14) и их практическую зависимость от времени для больших времен? В [7] показано, что акими предположениями могут быть, например, следующие: функция f ее области определения $[0, \omega_1]$ непрерывна вместе со своей первой роизводной и имеет конечное число максимумов. В этих предположениях ыражения для $\varkappa'$ и $\varkappa''$ из (13) и (14) для достаточно больших времен огут быть замены следующими (см. [7]):

$$\chi' = 2G^{-1}(kT)^{-1}P\int_0^{\omega_1} f(\omega')\,\frac{\omega'^2}{\omega'^2-\omega^2}\,d\omega', \tag{15}$$

$$\chi'' = \pi G^{-1}(kT)^{-1}\omega f(\omega), \tag{16}$$

е P означает главное значение интеграла, по Коши, относительно точки $= \omega$. О времени, после которого можно сделать такую замену с какой- бо определенной точностью, удается только сказать, что оно существен- м образом определяется видом функции f.

Итак, в случае справедливости упомянутых выше предположений виде функции f теория, основанная на уравнении (4), приводит к выводу существовании релаксации в изолированной от решетки спин-системе электрического парамагнитного кристалла с нормальным чисто спи- вым магнетизмом, если только не иметь в виду слишком больших времен. ценку времени, до которого годится наше рассмотрение, можно грубо елать так: для возможности замены сумм из (11) и (12) интегралами жно, чтобы не только числа ω_{jk}, но и числа $\omega_{jk}t$ были очень близки уг к другу, т. е. чтобы было $\frac{\omega_1 t}{R} \ll 1$ (см. п. 3), откуда:

$$t \ll \frac{R}{\omega_1}. \tag{17}$$

спользовавшись (8) и (9) и положив $N \sim 10^{23}$, получаем, что критерий) выполняется для любых промежутков времени, могущих представлять кой-либо практический интерес. Таким образом, почти периодичность авых частей выражений (11) и (12) не имеет никакого практического ачения.

Из характера нашего рассмотрения следует, что его результаты отнс- ся не только к спин-системе парамагнетиков определенного типа, но и всякой линейной (т. е. линейно отвечающей на внешнее воздействие) кроскопической системе, если взаимодействия внутри этой системы овы, что выполняются сделанные нами предположения о виде функции f.

Молотовский гос. университет
им. А. М. Горького

Цитированная литература

Гортер К., Парамагнитная релаксация.— ИЛ, М., 1949.
Waller J., ZS. f. Phys., 79, 370 (1932).
Cooke A., Rep. Progr. Phys., 13, 276 (1950).
Bleaney B., Stevens K., Rep. Progr. Phys., 16, 108 (1954).
Wangsness R., Bloch F., Phys. Rev., 89, 728 (1953).
Семаков Б. В., Дипломная работа, Молотовский гос. университет, 1954.
Кузнецов А. С., Диссертация, Молотовский гос. университет, 1954.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 195

Л. Я. ШЕКУН

О ВРАЩЕНИИ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ МИКРОВОЛН В ПАРАМАГНЕТИКАХ

Магнетооптические явления в диэлектриках определяются, вообщ говоря, тензорами диэлектрической и магнитной проницаемости ε и μ Известно, что в оптической области μ можно считать скаляром, и тогд магнетооптические эффекты, в том числе и вращение плоскости поляри зации, определяются целиком тензором ε [1]. Иное положение в област радиоволн. Здесь с достаточной степенью точности можно считать ε постоянным скаляром (действительным или комплексным), и магнето оптические эффекты будут зависеть от тензора μ. Таким образом, дл того, чтобы выяснить зависимость вращения плоскости поляризации о напряженности постоянного магнитного поля и от частоты излучения нужно знать, как зависят от этих величин компоненты тензора магнитно восприимчивости X.

Квантовомеханической теории тензора X для парамагнетиков, вообщ говоря, не существует. Для выяснения основных закономерностей микро волнового эффекта Фарадея мы рассмотрим парамагнетик, для которог теория восприимчивости разработана достаточно хорошо, а именно, пара магнитный газ. В этом случае мы можем воспользоваться результатам Карплуса и Швингера [2], которые квантовомеханически рассмотрел поведение газа, атомы которого обладают дипольными моментами, в внешнем переменном поле.

Если через такой газ распространяется плоская радиоволна амплиту ды F и частоты ω, так что

$$\mathbf{F}(t) = \operatorname{Re}(\mathbf{F}\, e^{-i\omega t}),$$

то она будет индуцировать дипольный момент

$$\mathbf{p}(t) = \operatorname{Re}(\mathrm{X}\mathbf{F}e^{-i\omega t}). \qquad (1$$

Карплус и Швингер нашли, что если энергетические уровни атомов н вырождены, то средний дипольный момент атома будет равен

$$\mathbf{p}(t) = \sum_{m,n} \mathbf{p}_{nm}(\mathbf{p}_{mn}\mathbf{F})\, e^{-i\omega t}\left(1 - \frac{\omega}{\omega - \omega_{mn} + i/\tau}\right)\frac{\rho_n^{(0)} - \rho_m^{(0)}}{2\hbar\omega_{mn}} +$$

$$+ \sum_{m,n} \mathbf{p}_{mn}(\mathbf{p}_{nm}\mathbf{F})\, e^{i\omega t}\left(1 - \frac{\omega}{\omega - \omega_{mn} - i/\tau}\right)\frac{\rho_n^{(0)} - \rho_m^{(0)}}{2\hbar\omega_{mn}}. \qquad (2$$

Здесь индексы m и n нумеруют энергетические уровни, $\rho_k^{(0)}$ — относител ная заселенность k-того уровня в отсутствие переменного поля ($k = m, n$ $\mathbf{p}_{mn}$ — матричный элемент дипольного момента, τ — среднее время межд столкновениями атомов в газе, $\hbar$ и ω_{mn} — обычные квантовомеханически обозначения. Явные выражения для компонент тензора X можно найти записав (2) в форме (1).

Общая формула (2) ввиду своей громоздкости не удобна для анализа Поэтому мы рассмотрим наиболее простой частный случай, когда орб

альный магнетизм атома отсутствует, а спин равен 1/2. При помещении акого атома в постоянное магнитное поле H_0 число уровней энергии удет равно двум, а спектр собственных частот сведется к одной частоте $_0 = g\beta H_0/\hbar$, где g — фактор Ланде, а β — магнетон Бора. Направив ось вдоль H_0 и используя при вычислении компонент дипольного момента атрицы Паули, мы найдем, что тензор X имеет вид:

$$X = \begin{pmatrix} \chi & -i\delta & 0 \\ i\delta & \chi & 0 \\ 0 & 0 & \chi \end{pmatrix}. \tag{3}$$

ормулы для χ и δ таковы:

$$\left.\begin{aligned} &\chi = \chi' - i\chi'', \quad \delta = \delta' - i\delta'', \\ &\chi' = \chi_1' + \chi_2', \ \delta' = \chi_1' - \chi_2', \quad \chi'' = \chi_1'' + \chi_2'', \ \delta'' = \chi_1'' - \chi_2'', \\ &\chi_1' = \frac{\chi_0}{2} \cdot \frac{\omega_0(\omega_0 - \omega) + 1/\tau^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + 1/\tau^2}, \quad \chi_1' = \frac{\chi_0}{2} \cdot \frac{\omega/\tau}{(\omega_0 - \omega)^2 + 1/\tau^2}, \\ &\chi_2'' = \frac{\chi_0}{2} \cdot \frac{\omega_0(\omega_0 + \omega) + 1/\tau^2}{(\omega_0 + \omega)^2 + 1/\tau^2}, \quad \chi_2'' = \frac{\chi_0}{2} \cdot \frac{\omega/\tau}{(\omega_0 + \omega)^2 + 1/\tau^2}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

це

десь χ_0 — статическая атомная восприимчивость. Из формул (4) видно, о, когда постоянное магнитное поле равно нулю, недиагональные ементы тензора X исчезают, что соответствует полной изотропии еды.

Распространение радиоволн в гиротропных средах рассматривалось дом авторов (см. [3]). В наиболее важном для практики случае, когда лна распространяется вдоль постоянного магнитного поля, физическая ртина явления такова: плоская линейно-поляризованная волна, входя среду, свойства которой описываются тензором (3), приобретает эллипчность, а плоскость поляризации поворачивается. По мере проникновея в среду амплитуда волны убывает вследствие поглощения. Коэффиэнт поглощения пропорционален χ''. Происходит также изменение длины лны, определяемое дисперсией χ'. Если χ и δ гораздо меньше единицы, о выполняется для всех парамагнетиков, то эллиптичность будет чтожной, а угол поворота плоскости поляризации на единицу длины ти будет равен $\varphi = -(2\pi\omega\sqrt{\varepsilon}/c)\,\delta'$ (c — скорость света), или $\varphi =$ $-\varphi_0(\chi_1' - \chi_2')$, где $\varphi_0 = 2\pi\omega\sqrt{\varepsilon}/c$.

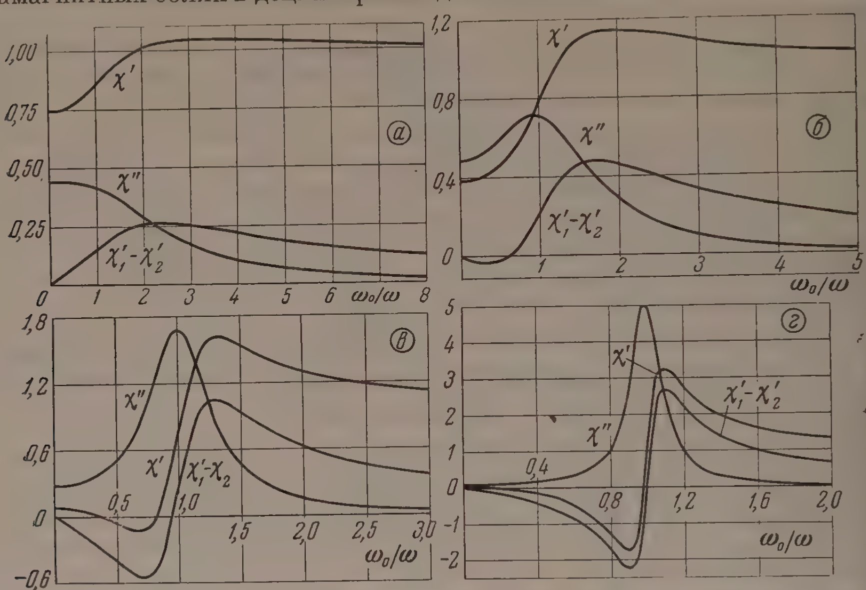
Ход кривой вращения будут определять три параметра: ω, ω_0 и τ. ычно в опытах ω остается постоянной, а ω_0 (т. е. постоянное магнит- поле) меняется. На рисунке показана зависимость χ'', χ' и величины $-\chi_2'$, определяющей вращение, от ω_0 для различных значений $\omega\tau$.

К сожалению, нельзя провести строгую экспериментальную проверку шей теории, так как микроволновой эффект Фарадея в газах не изуся. Однако полученную нами формулу можно с известной степенью иближения считать пригодной и для твердых тел. Под τ в этом случае до понимать характеристическое время, определяющее ширину кривой глощения, т. е., как правило, время спин-спиновой релаксации. Фак- $\omega\tau$ для не очень широких кривых можно считать равным $2\omega/\Delta\omega_0$, где $_0$ — ширина линии на половине интенсивности.

Опытному изучению микроволнового эффекта Фарадея в твердых паранетиках посвящено несколько работ (см. библиографию в [4]). Наиболее ные и обстоятельные количественные результаты по парамагнитным ям принадлежат Непримерову [4]. Он показал, что в тех случаях, да линия поглощения не обладает структурой, можно получить хоро-

шие совпадения с опытом, если вычислить угол вращения по формуле которая в наших обозначениях имеет вид $\varphi = -\varphi_0 \chi'$ и которая, строго говоря, не верна, хотя бы потому, что при $\omega_0 = 0$ $\chi' \neq 0$. С точки зрения нашей теории этот факт вполне понятен, так как для больших $\omega\tau$ в области которых работал Н. Н. Непримеров, кривые вращения и дисперсии идут близко друг к другу (см. рисунок, *г*), и вычисление по формулам $\varphi = -\varphi_0 \chi'$ и $\varphi = -\varphi_0 (\chi' - \chi_2')$ даст близкие величины. Таким образом, можно считать, что опыты Непримерова количественно согласуются с нашей теорией.

Было бы интересно провести опыты в условиях малых $\omega\tau$, т. е. на парамагнитных солях в дециметровом диапазоне. Необходимо еще заметить



Зависимость поглощения (χ''), дисперсии (χ') и вращения плоскости поляризации ($\chi_1' - \chi_2'$) в парамагнитном газе от напряженности постоянного магнитного поля для разных значений $\omega\tau$: *а* — $\omega\tau = 0{,}59$, *б* — $\omega\tau = 1{,}25$, *в* — $\omega\tau = 3{,}33$, *г* — $\omega\tau = 10{,}0$. Масштаб по оси ординат дан в единицах χ_0. По оси абсцисс отложена величина ω_0/ω

что условие $\omega\tau \leqslant 1$ выполняется для многих ферромагнетиков в сантиметровом диапазоне. Наша теория здесь не справедлива, так как μ — порядка единицы, и условие $\chi, \delta \ll 1$ не выполняется, так что ожидать количественного совпадения ее с опытом не следует. Однако основные черты явления, повидимому, будут одинаковыми как у пара-, так и ферромагнетиков.

Казанский гос. университет
им. В. И. Ульянова-Ленина

Цитированная литература

1. Kramers H. A., Proc. Acad. Amsterdam, **33**, 959 (1930).
2. Karplus R., Schwinger I., Phys. Rev., **73**, 1020 (1948).
3. Микаэлян А. Л., УФН, **51**, 205 (1953); Шапошников И. Г., Цирульникова Л. М., см. настоящий номер журнала, стр. 1236.
4. Непримеров Н. Н., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, 368 (1954).

Л. Я. ШЕКУН

СВЯЗЬ МЕЖДУ ПАРАМАГНИТНЫМ РЕЗОНАНСНЫМ ПОГЛОЩЕНИЕМ И ПАРАМАГНИТНЫМ РЕЗОНАНСНЫМ ВРАЩЕНИЕМ

Магнетооптические явления, поглощение энергии и явление дисперсии а микроволнах в парамагнетиках тесно связаны друг с другом, так как :е они определяются одним и тем же тензором магнитной восприимчи- сти X [1]. Кроме того, формулы Крамерса—Кронига [2] позволяют становить интегральные соотношения между действительными и мни- ыми частями определенных компонент тензора X. Однако, поскольку этих соотношениях интегрирование производится по частоте, экспери- ентаторам неудобно их применять, так как на опыте, как правило, стота излучения остается постоянной, а изменяется магнитное поле, и, другими словами, собственная частота системы. В 1950 г. Альтшу- р [3] получил интегральные соотношения между мнимой и действи- льной частями восприимчивости χ'' и χ', в которых интегрирование про- водится по полю. Однако при использовании этих соотношений нужно лать некоторые произвольные допущения о форме кривых. Мы покажем, о между мнимой частью восприимчивости и парамагнитным резонансным ащением φ существует вполне однозначная связь, так что связывающие соотношения не содержат никаких произвольных величин.

Используя результаты нашей предыдущей работы [1], запишем фор- лы для χ'', χ' и φ в парамагнитном газе

$$\chi'' = \chi_1'' + \chi_2'', \quad \chi' = \chi_1' + \chi_2', \quad \varphi = -\varphi_0 (\chi_1' - \chi_2'), \tag{1}$$

е

$$\varphi_0 = 2\pi\omega \sqrt{\varepsilon} / c,$$

$$\chi_1'' = \frac{\chi_0}{2} \cdot \frac{\omega / \tau}{(\omega_0 - \omega)^2 + 1 / \tau^2}, \qquad \chi_2'' = \frac{\chi_0}{2} \cdot \frac{\omega / \tau}{(\omega_0 + \omega)^2 + 1 / \tau^2},$$

$$\chi_1' = \frac{\chi_0}{2} \cdot \frac{\omega_0 (\omega_0 - \omega) + 1 / \tau^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + 1 / \tau^2}, \qquad \chi_2' = \frac{\chi_0}{2} \cdot \frac{\omega_0 (\omega_0 + \omega) + 1 / \tau^2}{(\omega_0 + \omega)^2 + 1 / \tau^2}.$$

есь χ_0 — статическая восприимчивость, τ — время релаксации, ω и ω_0 — ответственно частота излучения и собственная частота. Магнитное поле язано с частотой соотношением $\hbar\omega = g\beta H$, где g — фактор Ланде, β — магнетон Бора. Альтшулером [3] были установлены интегральные отношения между χ_1' и χ_1'' и между χ_2' и χ_2''. В наших обозначениях и соотношения таковы:

$$\chi_1''(H_0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_1'(H)}{H - H_0} dH, \qquad \chi_1'(H_0) - \chi_1'(\infty) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_1''(H)}{H - H_0} dH,$$

$$\chi_2''(H_0) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_2'(H)}{H - H_0} dH, \quad \chi_2'(H_0) - \chi_2'(\infty) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_2''(H)}{H - H_0} dH.$$

дно, что, складывая и вычитая эти выражения, можно получить либо отношение между χ'' и $\chi_1' - \chi_2'$, либо между χ' и $\chi_1'' - \chi_2''$. До обнару-

жения резонансного парамагнитного вращения ни одно из этих соотношений нельзя было использовать без дополнительных предположений. Так, например, соотношения $\chi' \longleftrightarrow (\chi_1'' - \chi_2'')$ можно записать в виде $\chi' \longleftrightarrow (\chi'' - 2\chi_2'')$ и, постулировав для χ_2'' определенную форму, пользоваться ими для пересчета поглощения на дисперсию [3]. Если же учесть, что $\chi_1' - \chi_2'$ пропорционально φ, то соотношения $\chi'' \longleftrightarrow (\chi_1' - \chi_2')$ будут давать точную связь между вращением и поглощением. Запишем эти соотношения подробно:

$$\chi''(H_0) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_1'(H) - \chi_2'(H)}{H - H_0} dH,$$

$$\chi_1'(H_0) - \chi_2'(H_0) - \chi_1'(\infty) + \chi_2'(\infty) = -\frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi''(H)}{H - H_0} dH.$$

Вводя угол вращения φ и учитывая, что $\varphi(\infty) = 0$, мы после некоторых элементарных преобразований получим эти соотношения в более удобной для вычислений форме:

$$\left.\begin{aligned} \chi''(H_0) &= -\frac{1}{\pi\varphi_0} \int\limits_0^{\infty} \frac{\varphi(H_0 + H) - \varphi(H_0 - H)}{H} dH, \\ \varphi(H_0) &= \frac{\varphi_0}{\pi} \int\limits_0^{\infty} \frac{\chi''(H_0 + H) - \chi''(H_0 - H)}{H} dH. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Таким образом, зная экспериментальную кривую вращения $\varphi(H)$, можно найти кривую поглощения $\chi''(H)$, и наоборот. Поскольку при вычислении интегралов понадобятся χ'' и φ от отрицательных H, нужно учитывать, что $\varphi(-H) = -\varphi(H)$ и $\chi''(-H) = \chi''(H)$.

Соотношения (2) могут оказаться полезными при нахождении абсолютных значений χ'', так как измерять в абсолютных величинах φ проще, чем χ''.

Наконец, нужно заметить, что применение соотношений (2) к негазообразным парамагнетикам более оправдано, чем непосредственное использование формул (1). Дело в том, что соотношения (2) будут справедливы не только тогда, когда χ'', χ' и φ описываются формулами (1). Для существования этих соотношений нужно только, чтобы восприимчивость распадалась на два таких слагаемых, одно из которых получается из другого изменением знака перед ω_0. Последнее же требование, повидимому, выполняется для всех парамагнетиков [3].

Интересно было бы также проверить экспериментально, в какой мере соотношения (2) применимы к ферромагнетикам.

Казанский гос. университет
им. В. И. Ульянова-Ленина

Цитированная литература

1. Шекун Л. Я., см. настоящий номер журнала, стр. 1262.
2. Гортер К., Парамагнитная релаксация.— ИЛ, М., 1949.
3. Альтшулер С. А., ЖЭТФ, **20**, 1047 (1950).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

Я. Н. КОЛЛИ

ФЕРРИТОВАЯ ШАЙБА В КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ. II. МЕТОД АКТИВНОЙ И РЕАКТИВНОЙ НАГРУЗОК*

1. В опубликованной ранее работе [1] было указано на основные едостатки распространенного метода определения четырех параметров комплексной изотропной среды ($\mu = \mu_1 - j\mu_2$, $\varepsilon = \varepsilon_1 - j\varepsilon_2$), заполняющей трезок коаксиальной линии, — метода холостого хода и короткого замыания. Этот метод можно значительно улучшить, если определение входых сопротивлений $\mathbf{Z}_х$ и $\mathbf{Z}_к$, соответствующих холостому ходу и коротому замыканию на выходе линии с образцом, проводить на основании ерии измерений.

Известно, что при изменении модуля сопротивления нагрузки точки, зображающие на плоскости комплексных сопротивлений значения ходных сопротивлений, располагаются на окружности. При изменении еактивной нагрузки можно получить окружность — геометрическое есто значений входных сопротивлений при реактивной нагрузке. При зменении активной нагрузки можно получить аналогичную окружность начений входных сопротивлений при активной нагрузке. Очевидно, что очки $Z_х$ и $Z_к$ являются точками пересечения окружностей.

Окружность $\mathbf{Z}_{вх} = f(jX_н)$, где $X_н$ — сопротивление реактивной наузки, можно построить по большому числу экспериментальных точек, ак как переменная реактивная нагрузка легко осуществляется при поощи линии без потерь, оканчивающейся подвижным короткозамыкающим оршнем. Сопоставление отдельных точек с окружностью, проведенной а основании всей серии экспериментальных точек, позволяет отсеять ыпавшие точки (точки со случайными ошибками измерений).

Осуществление переменной активной нагрузки сопряжено в сантиметовом диапазоне волн с большими трудностями. Из всех возможных акивных нагрузок в этом диапазоне может быть легко проконтролирована олько одна: $R_н = Z_{co}$. (Здесь Z_{co} — согласованная нагрузка, равная характестическому сопротивлению линии за образцом.) Таким образом, из всей кружности значений входных сопротивлений при активной нагрузке звестна только одна точка, и для построения всей окружности необхоимы дополнительные условия, которые могут быть получены из рассмоения общих соотношений в четырехполюснике (см. Приложение).

Добавления к окружности $\mathbf{Z}_{вх} = f(jX_н)$ окружности $\mathbf{Z}_{вх} = f(R_н)$ пооляет назвать излагаемый метод методом реактивной и активной нагруок. При наличии прецизионной согласованной нагрузки точка $\mathbf{Z}_{вх} = f(Z_{co})$ ожет быть измерена непосредственно. Она может быть также построена круговой диаграмме — окружности значений входных сопротивлений и реактивной нагрузке. Способ такого построения предложен недавно ешаном [2].

Из анализа уравнений четырехполюсника могут быть получены слеющие условия, на основании которых должна быть построена окружсть $\mathbf{Z}'_{вх} = f(R_н)$**:

* Первую часть работы см. [1].
** Здесь и далее штрих (′) обозначает нормированное сопротивление.

1) искомая окружность должна быть ортогональна* к окружности $Z'_{вх} = f(jX_н)$,

2) искомая окружность должна проходить через данную точку $Z'_{вх} = Z_0 = f(Z_{co})$,

3) должно выполняться условие

$$\frac{\rho_{Im}}{\rho_{Re}} = \frac{|y_1|}{x_2}^{*}; \quad (1)$$

здесь ρ_{Im} — радиус окружности значений входных сопротивлений при реактивной нагрузке, ρ_{Re} — радиус окружности значений входных сопротивлений при активной нагрузке, y_1 — ордината центра окружности значений входных сопротивлений при реактивной нагрузке, x_2 — абсцисса центра окружности значений входных сопротивлений при активной нагрузке.

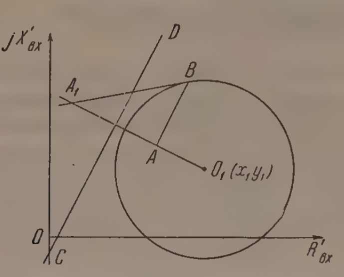


Рис. 1. Построение линии центров окружностей при активной нагрузке

Решение должно определить координаты центра и радиус окружности.

Графический способ решения этой задачи состоит в следующем (рис. 1).

1. В силу ортогональности данной и искомой окружностей вторая окружность должна проходить не только через точку $A = Z_0 = f(Z_{co})$, но и через точку A_1, симметричную ей относительно данной окружности ([3], стр. 98). Точку A_1 строим по известному правилу: проводим луч O_1A, восстанавливаем в точке A перпендикуляр AB к этому лучу и из точки пересечения линии AB с окружностью $f(jX_н)$ проводим касательную к этой окружности. Точка пересечения касательной и луча O_1A является искомой точкой A_1.

2. Центр искомой окружности $Z'_{вх} = f(R_н)$ должен лежать на прямой CD, перпендикулярной отрезку AA_1 и проходящей через его середину. Для дальнейшего построения воспользуемся подобием фигур.

Из (1) следует, что

$$\frac{x_2}{\rho_{Re}} = \frac{|y_1|}{\rho_{Im}}. \quad (2)$$

Поскольку y_1 и ρ_{Im} уже известны, при перемещении центра искомой окружности по прямой CD радиус ρ_{Re} должен меняться так, чтобы отношение x_2/ρ_{Re} оставалось неизменным и равным y_1/ρ_{Im}. Это можно сделать следующим образом.

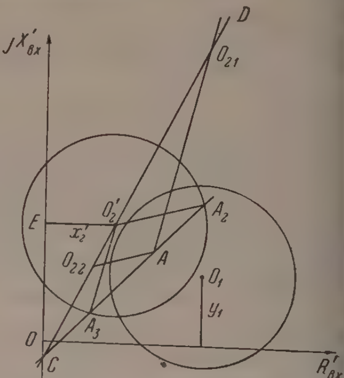


Рис. 2. Нахождение центров окружностей при активной нагрузке

Выберем на прямой CD точку O'_2, абсцисса которой x'_2 равна ординате y_1 центра данной окружности O_1. При этом ρ_{Re} необходимо взять равным ρ_{Im}. Из найденного таким образом центра O'_2 (рис. 2) проведем окружность радиуса ρ'_{Re}. Эта окружность пересекает луч CA в точках A_2 и A_3. Для того чтобы искомая окружность прошла через точку A, надо совместить с ней либо точку A_2, либо точку A_3, изменив сделанное построение так, чтобы оно осталось подобным первоначальному. Для этого надо либо увеличить все размеры в $\frac{CA}{CA_3}$ раз, либо уменьшить их в $\frac{CA}{CA_2}$ раз.

*См. Приложение.

то проще всего сделать, проведя из точки A прямые, параллельные адиусам $O_2'A_2$ и $O_2'A_3$ окружности с центром O_2'. Точки пересечения этих прямых с прямой CD — O_{21} и O_{22} — являются возможными центрами искомой кружности, радиус которой равен соответственно $O_{21}A$ или $O_{22}A$ (рис. 3). кружности с этими радиусами дают две пары точек пересечения с данной окружностью $\mathbf{Z}_{вх} = f(jX_н)$ — $\mathbf{Z}_{k_1}$, $\mathbf{Z}_{x_1}$ и $\mathbf{Z}_{k_2}$, $\mathbf{Z}_{x_2}$.

В случае линии без искажений $(\arg Z_c = 0)$ $y_1 = 0$. В силу (2) при $_1 = 0$ $x_2 = 0$, т. е. O_1 лежит на оси $R'_{вх}$, а центр искомой окружности — а оси $jX'_{вх}$, и задача решается однозначно.

В некоторых случаях, исходя из физических соображений, можно отросить лишнее решение. Одним из них является оценка модуля харак- еристического сопротивления. Все известные в настоящее время магни- одиэлектрики имеют в диапазоне сантиметровых волн модуль магнитной

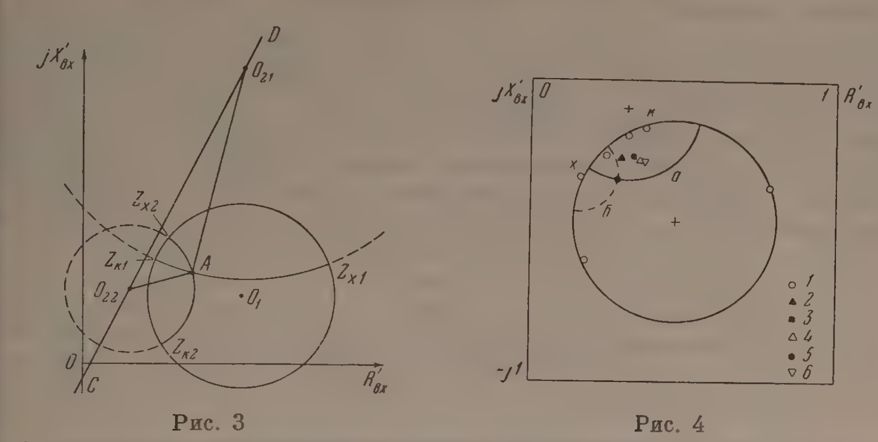


Рис. 3

Рис. 4

ис. 3. Определение входных сопротивлений, соответствующих короткому замыканию и холостому ходу на выходе образца

ис. 4. Круговая диаграмма значений входных сопротивлений ферритовой шайбы арки О-400 при $\lambda = 10{,}24$ см ($\nu = 2{,}92 \cdot 10^3$ MHz) и $l = 0{,}37$ см: *1* — эксперименталь- ые точки, *2* — $\mathbf{Z}_c'$ и вычисленное по методу холостого хода и короткого замыкания, — $\mathbf{Z}_c'$, вычисленное по методу трех реактивных нагрузок при $\Delta x = \lambda/8$, *4* — то же, о *3*, но при $\Delta x = 2{,}00$ см, *5* — входное сопротивление при согласованной нагрузке, *6* — $\mathbf{Z}_c'$, вычисленное по методу активной и реактивной нагрузок

роницаемости $|\mu|$ меньший, чем модуль диэлектрической прони- аемости $|\varepsilon|$. Поэтому модуль нормированного характеристического сопро- ивления $|\mathbf{Z}_c'|$ у этих материалов должен быть меньше единицы.

Таким образом, изложенный метод позволяет найти $\mathbf{Z}_x$ и $\mathbf{Z}_к$ исследу- мой линии, если известны: окружность — геометрическое место точек зна- ений входных сопротивлений при реактивной нагрузке — и значение ходного сопротивления линии при одном значении активной нагрузки $_н = \mathbf{Z}_{co}$). Кроме того, в общем случае необходимо приблизительно знать оложение точки, соответствующей $\mathbf{Z}_н = 0$ или $\mathbf{Z}_н \to \infty$, чтобы отбросить ишнее решение.

Для дальнейшего расчета μ и ε по известным $\mathbf{Z}_x$ и $\mathbf{Z}_к$ можно восполь- ваться известными формулами.

Все изложенное выше применимо, разумеется, не только к коаксиаль- ой линии, но и к волноводу. Различие будет только в формулах, свя- ывающих искомые μ и ε с $\mathbf{Z}_x$ и $\mathbf{Z}_к$.

2. Экспериментальная проверка предлагаемой методики измерений и бработки результатов произведена на никель-цинковых ферритах марки -400. Образцы получены из лаборатории, руководимой Н. Н. Шольц. сследуемые образцы имели форму шайбы ϕ 16 мм, с внутренним от-

верстием ϕ 5 мм. Толщина шайбы (длина линии с образцом) $l = 3{,}7$ мм
Результаты измерения входных сопротивлений одного из образцов
произведенного при частоте $2{,}92 \cdot 10^3$ MHz, приведены на рис. 4.

На основании экспериментальных точек *1* построена окружность входного сопротивления при реактивной нагрузке. По точкам «к» и «х», принимаемым соответственно за точки короткого замыкания и холостого хода рассчитано значение нормированного характеристического сопротивления $\mathbf{Z}'_c$ (точка *2*). Кроме того, $\mathbf{Z}'_c$ рассчитано по методу трех реактивных нагрузок [1] при $\Delta x = \lambda / 8$ (точка *3*) и при $\Delta x = 2{,}00$ см (точка *4*) Сделано измерение входного сопротивления при $\mathbf{Z}_н = \mathbf{Z}_{co}$ (точка *5*); чере эту точку проведены две дуги *а* и *б* окружностей $\mathbf{Z}'_{вх} = f(jX_н)$. В качестве решения принята дуга *а*, так как только в этом случае точки *3* и *4* лежат в области входных сопротивлений, соответствующих $X_н <$ (($\mathbf{Z}'_c$ можно рассматривать как входное сопротивление шайбы при $\mathbf{Z}'_н = \mathbf{Z}_c$ поскольку $\arg Z_c < 0$, то $X_н = \mathrm{Im}(\mathbf{Z}'_c) < 0$). Это построение указывае на неточность определения в данном случае режимов холостого хода и короткого замыкания. Хорошее совпадение результатов вычисления $\mathbf{Z}$ методом трех реактивных нагрузок и методом активной и реактивно нагрузок (точка *6*) позволяет считать найденное значение $\mathbf{Z}'_c$ достоверным

Расчет постоянной распространения γ произведен по параметрам окружности ([1], формулы (20) и (21)). Результаты расчета: $\mathbf{Z}'_c = 0{,}4$ $\angle -36°$; $\gamma = 2{,}08 + j\,2{,}80$; $\mu = 0{,}72 - j\,2{,}4$; $\varepsilon = 13 - j\,0{,}038$.

Вычисленные по данным опыта значения μ и ε согласуются, по порядку величины, с опубликованными данными. Так, в работе Радо, Райта и Эмерсона [4] приводятся данные для феррамика А при частоте 3000 MHz: $\mu \approx 0{,}23 - j\,1{,}05$, в диапазоне частот $50 \div 10\,000$ MHz ε этого материала имеет постоянное значение $8{,}5 \pm 10\,\%$, а ε_2 мало́ и не превышает величины 0,7

Особенности анализа результатов измерения при образцах с малым затуханием

Метод активной и реактивной нагрузок и метод трех реактивных нагрузок основаны на построении круговой диаграммы входного сопро-

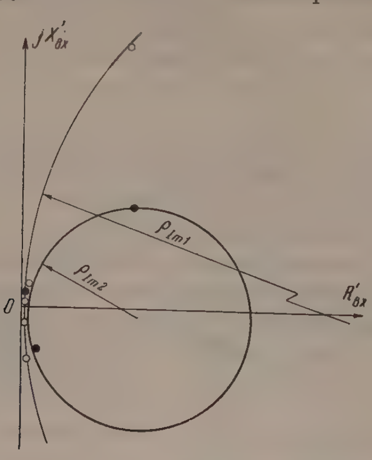


Рис. 5. Круговая диаграмма значений входных сопротивлений при малом затухании в образце из магнетодиэлектрика



Рис. 6. Круговая диаграмма коэффициента отражения

тивления в декартовых координатах. При реактивной нагрузке и малом затухании размеры окружности сильно возрастают, и эксперимантальные точки располагаются вблизи оси мнимых величин. Поэтому определе-

ие кородинат центра окружности a и φ и радиуса ρ_{Im} становится еточным.

В качестве примера на рис. 5 изображены экспериментальные точки, олученные при исследовании одного из типов магнитодиэлектрика. этом случае оказывается целесообразным перейти к круговой диаграмме эффициента отражения Г; на такой диаграмме все возможные значения эффициента отражения лежат внутри окружности единичного радиуса ис. 6) (круговая диаграмма построена в полярной системе координат). а круговую диаграмму коэффициента отражения нанесены те же экспе-иментальные точки, что на рис. 5. Точность построения окружности этом случае много лучше, чем в предыдущем.

Как известно, входное сопротивление $\mathbf{Z}'_{\text{вх}}$ и коэффициент отражения Г вязаны соотношением:

$$\mathbf{Z}'_{\text{вх}} = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}. \tag{3}$$

Пользуясь этим выражением, можно по радиусу ρ_Γ и координатам ентра K, ξ круговой диаграммы коэффициента отражения найти радиус ρ координат центра a, φ круговой диаграммы входного сопротивления.

Формулы, связывающие ρ, a и φ с ρ_Γ, K и ξ, можно получить на осно-нии свойств дробно-линейного преобразования, каким является со-ношение (3). Вывод этих соотношений для общего случая приведен курсе В. И. Смирнова ([3], стр. 122). Применительно к данному случаю

$$\rho = \frac{2\rho_\Gamma}{D} \tag{4}$$

$$ae^{j\varphi} = \frac{2\,(1 - Ke^{-j\xi})}{D}, \tag{5}$$

;е

$$D = 1 + K^2 - 2K\cos\xi - \rho_\Gamma^2.$$

Приложение

Связь между круговыми диаграммами входного сопротивления четырехполюсника при реактивной и активной нагрузках

Известны* следующие зависимости параметров окружностей от пара-етров четырехполюсника.

1. При переменной реактивной нагрузке:

$$\mathbf{Z}_{\text{вх}} = \mathbf{Z}_{\text{х}} + \mathbf{Z}_{\text{обр. х}} \frac{\mathbf{Z}_{\text{к}} - \mathbf{Z}_{\text{х}}}{2R_{\text{обр. х}}} (1 + e^{-j2\psi_1}), \tag{1,1}$$

де

$$\psi_1 = \operatorname{arc\,tg} \frac{X_{\text{н}} + X_{\text{обр. х}}}{R_{\text{обр. х}}}$$

$Z_{\text{обр. х}}$ — входное сопротивление при питании четырехполюсника с конца ри разомкнутых зажимах начала, $X_{\text{н}}$ — переменная нагрузка); адиус окружности

$$\rho_{Im} = \left| \frac{\mathbf{Z}_{\text{обр. х}} (\mathbf{Z}_{\text{к}} - \mathbf{Z}_{\text{х}})}{2R_{\text{обр. х}}} \right|; \tag{1,2}$$

оординаты центра окружности

$$x_1 + jy_1 = \mathbf{Z}_{\text{х}} + \mathbf{Z}_{\text{обр. х}} \frac{\mathbf{Z}_{\text{к}} - \mathbf{Z}_{\text{х}}}{2R_{\text{обр. х}}}. \tag{1,3}$$

---

* См., например, [1], Приложение 1.

2. При переменной активной нагрузке:

$$\mathbf{Z}_{\text{вх}} = \mathbf{Z}_{\text{х}} + \mathbf{Z}_{\text{обр. х}} \frac{\mathbf{Z}_{\text{к}} - \mathbf{Z}_{\text{х}}}{2jX_{\text{обр. х}}} (1 - e^{j2\psi_2}), \tag{1,4}$$

где

$$\psi_2 = \operatorname{arc\,tg} \frac{R_{\text{н}} + R_{\text{обр. х}}}{X_{\text{обр. х}}};$$

радиус окружности при активной нагрузке

$$\rho_{\text{Re}} = \left| \frac{\mathbf{Z}_{\text{обр. х}} (\mathbf{Z}_{\text{к}} - \mathbf{Z}_{\text{х}})}{2jX_{\text{обр. х}}} \right| \tag{1,5}$$

и координаты центра

$$x_2 + jy_2 = \mathbf{Z}_{\text{х}} + \mathbf{Z}_{\text{обр. х}} \frac{\mathbf{Z}_{\text{к}} - \mathbf{Z}_{\text{х}}}{2jX_{\text{обр. х}}}. \tag{1,6}$$

Сопоставляя (1,2) и (1,5), находим:

$$\frac{\rho_{\text{Im}}}{\rho_{\text{Re}}} = \frac{|X_{\text{обр. х}}|}{R_{\text{обр. х}}} = \operatorname{tg} |\varphi_{\text{обр. х}}|. \tag{1,7}$$

Выпишем из (1,3) и (1,6) выражения для y_1 и x_2:

$$y_1 = \frac{X_{\text{обр. х}} (R_{\text{к}} - R_{\text{х}}) + R_{\text{обр. х}} (X_{\text{к}} + X_{\text{х}})}{2R_{\text{обр. х}}}, \tag{1,8}$$

$$x_2 = \frac{X_{\text{обр. х}} (R_{\text{к}} + R_{\text{х}}) + R_{\text{обр. х}} (X_{\text{к}} - X_{\text{х}})}{2X_{\text{обр. х}}}. \tag{1,9}$$

3. Для симметричного четырехполюсника

$$\mathbf{Z}_{\text{обр. х}} = \mathbf{Z}_{\text{х}} \tag{1,10}$$

и уравнения (1,8) и (1,9) упрощаются:

$$y_1 = \frac{R_{\text{х}} X_{\text{к}} + R_{\text{к}} X_{\text{х}}}{2R_{\text{х}}}, \tag{1,11}$$

$$x_2 = \frac{R_{\text{х}} X_{\text{к}} + R_{\text{к}} X_{\text{х}}}{2X_{\text{х}}}. \tag{1,12}$$

Следовательно, для симметричного четырехполюсника:

$$\frac{y_1}{x_2} = \frac{X_{\text{х}}}{R_{\text{х}}} = \operatorname{tg} \varphi_{\text{х}}. \tag{1,13}$$

Сравнивая (1,7) и (1,13), при условии (1,10) получим:

$$\frac{\rho_{\text{Im}}}{\rho_{\text{Re}}} = \frac{|y_1|}{x_2} = \operatorname{tg} |\varphi_{\text{х}}|. \tag{1,14}$$

Проведенный нами анализ позволяет сделать следующие выводы:

1. При увеличении реактивного сопротивления нагрузки от $-\infty$ до $+\infty$ точка, изображающая входное сопротивление четырехполюсника, перемещается по окружности по часовой стрелке (см. (1, 1) и рис. 7).

2. При увеличении активного сопротивления нагрузки от 0 до $+\infty$ точка, изображающая входное сопротивление четырехполюсника, перемещается по окружности против часовой стрелки, если $X_{\text{обр. х}} > 0$, и по часовой стрелке, если $X_{\text{обр. х}} < 0$ (см. (1, 4) и рис. 7).

3. Радиусы окружностей входных сопротивлений при реактивной и активной нагрузках связаны соотношением (1, 7).

4. Для симметричного четырехполюсника координаты центров этих окружностей связаны соотношением (1,13), аналогичным (1,7).

5. Известное выражение входного сопротивления четырехполюсника

$$Z_{\text{вх}} = \frac{AZ_{\text{н}} + B}{CZ_{\text{н}} + D} \tag{1,15}$$

(где $Z_{\text{н}}$ — переменная нагрузка) есть дробно-линейная функция вида

$$w = \frac{az + b}{cz + d}. \tag{1,16}$$

Как известно, функция (1,16) осуществляет преобразования взаимно перпендикулярных прямых плоскости z в ортогональные окружности плоскости w. Следовательно, соотношение (1,15) производит преобразование прямых $R_{\text{н}} = \text{var}$ и $X_{\text{н}} = \text{var}$ в ортогональные окружности $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = f(R_{\text{н}})$ и $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = f(jX_{\text{н}})$. При этом точки пересечения прямых $R_{\text{н}} = \text{var}$ и $X_{\text{н}} = \text{var}$ — $\mathbf{Z}_{\text{н}} = 0$ и $\mathbf{Z}_{\text{н}} = \infty$ — переходят соответственно в точки пересечения окружностей $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = f(R_{\text{н}})$ и $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = f(jX_{\text{н}})$ — $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = \mathbf{Z}_{\text{к}}$ и $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = \mathbf{Z}_{\text{х}}$.

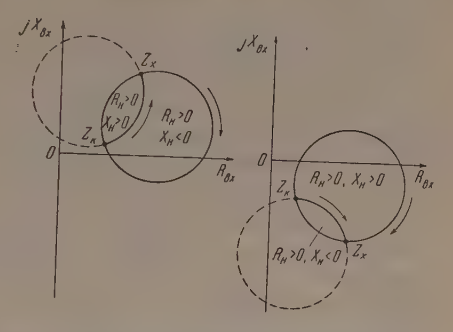


Рис. 7. Круговые диаграммы при активной и реактивной нагрузках

При $R_{\text{н}} \geqslant 0$ все возможные значения $\mathbf{Z}_{\text{н}}$ лежат справа от оси ординат плоскости $\mathbf{Z}_{\text{н}}$, включая самую ось. При преобразовании (1,15) прямая $X_{\text{н}} = \text{var}$ — ось ординат плоскости $\mathbf{Z}_{\text{н}}$ — переходит в окружность $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = f(jX_{\text{н}})$ на плоскости $\mathbf{Z}_{\text{вх}}$ (рис. 7). При этом все значения $\mathbf{Z}_{\text{вх}}$, соответствующие $R_{\text{н}} > 0$, могут находиться или вне окружности, или внутри нее. Если допустить, что (1,15) производит преобразование полуплоскости $R_{\text{н}} > 0$ в область, находящуюся вне окружности $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = f(jX_{\text{н}})$, то при определенных $R_{\text{н}} > 0$ и $X_{\text{н}}$ получим $R_{\text{вх}} < 0$. Это, очевидно, лишено физического смысла. Следовательно, при преобразовании (1,15) все значения $\mathbf{Z}_{\text{вх}}$, соответствующие $R_{\text{н}} > 0$, находятся внутри окружности $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = f(jX_{\text{н}})$.

Выводы 3—5 позволяют построить окружность активной нагрузки по окружности реактивной нагрузки и одной из точек окружности активной нагрузки, и наоборот. Выводы 1—2 позволяют определить, какая из двух точек пересечения окружностей является точкой короткого замыкания и какая — точкой холостого хода.

Если точки пересечения окружностей лежат в одном квадрате, то точки $\mathbf{Z}_{\text{к}}$ и $\mathbf{Z}_{\text{х}}$ расположены так, как это показано на рис. 7 (стрелки показывают направления обхода при увеличении $R_{\text{н}}$ и $X_{\text{н}}$).

Если точки пересечения окружностей лежат в разных квадратах, то для опознания точек $\mathbf{Z}_{\text{к}}$ и $\mathbf{Z}_{\text{х}}$ надо предварительно определить направление обхода по окружности $\mathbf{Z}_{\text{вх}} = f(R_{\text{н}})$. Для этого достаточно измерить входное сопротивление при двух значениях $R_{\text{н}}$ так, чтобы знать, какое $R_{\text{н}}$ больше.

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Цитированная литература

1. Колли Я. Н., Поливанов К. М., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, *3*, 382 (1954).
2. Deschamps G., J. Appl. Phys., **24**, *8*, 1046 (1953) [перевод в Сб. «Вопросы радиолокационной техники», *4*, (*22*), 101.— ИЛ., М., 1954].
3. Смирнов В. И., Курс высшей математики, **3**, ч. 2.— ГИТТЛ, М.— Л., 1950.
4. Rado G. T., Wright R. W., Emerson W. H., Phys. Rev., **80**, 273 (1950) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», под ред. С. В. Вонсовского, стр. 284.— ИЛ, М., 1952].

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

В. В. КУЗНЕЦКИЙ

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАГНЕТОДИЭЛЕКТРИКОВ

В работе исследовались магнитные и электрические свойства никель-цинковых ферритов О-2000 и О-1000 в радиотехническом диапазоне частот $(0{,}1 \div 50$ MHz).

Эксперименты и обработка полученных результатов производились по методу двух измерений [1], позволяющему получить истинные значения μ и ε вещества на любых частотах.

Ферриты, как правило, наряду с большой магнитной проницаемостью μ, обладают также и большой диэлектрической проницаемостью ε.

Вещества, в которых электромагнитные процессы определяются как магнитной, так и диэлектрической проницаемостями, можно назвать магнетодиэлектриками, независимо от причин, определяющих их свойства.

При расчете электромагнитных полей в таких материалах необходимо учитывать наряду с токами проводимости и токи смещения.

Поэтому первое уравнение Максвелла, которое необходимо решить при определенных граничных условиях для выявления размагничивающей роли вихревых токов, необходимо писать в полном виде:

$$\operatorname{rot} \dot{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon\varepsilon_0)\,\dot{E} = \sigma_{п}\dot{E},$$

где $\sigma_{п} = \sigma + j\omega\varepsilon\varepsilon_0$ — полная проводимость.

В этом случае вычислить величину магнитной проницаемости μ, пользуясь известными формулами, исключающими влияние поверхностного эффекта в металлических ферромагнетиках, нельзя, так как при этом необходимо знать комплексную удельную проводимость $\sigma_{п}$ или комплексную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_{п} = \dfrac{\sigma_{п}}{j\omega\varepsilon_0}$, которые, в свою очередь, являются функциями частоты.

Для решения поставленной задачи — определения комплексной магнитной проницаемости — необходимы данные не одного, а двух независимых опытов, так как каждый опыт позволяет составить только одно комплексное уравнение, содержащее две неизвестные комплексные величины (μ и $\sigma_{п}$).

Метод двух измерений, разработанный К. М. Поливановым, позволяет исключить размагничивающее действие вихревых токов, обусловленных полной удельной проводимостью, и дает возможность определить значение как магнитной, так и диэлектрической проницаемостей вещества на любой частоте. Для этого должны быть известны величины комплексных сопротивлений $Z_{м}$ и $Z_{э}$ образцов, полученных из двух опытов, магнитного и электрического, проведенных в соответствующих условиях.

Применение метода двух измерений для исследования тороидальных образцов ферритов О-2000 и О-1000 определило условия проведения эксперимента. В магнитном опыте измерялось полное сопротивление $Z_{м}$, вносимое ферритовой шайбой, помещенной в отрезок коаксиальной линии;

электрическом — полное сопротивление $Z_э$ цилиндрического конденсатора с диэлектриком — ферритовой шайбой.

В первом опыте цилиндрические поверхности шайбы покрывались проводящими экранами, устраняющими возможность проникновения магнитного поля в радиальном направлении, что позволило считать, что с торцовых поверхностей образца проникают плоские электромагнитные волны.

Тогда

$$Z_м = j\omega \frac{\mu\mu_0}{\pi\gamma} \ln \frac{r_2}{r_1} \operatorname{th} a\gamma,$$

где r_1 и r_2 — внутренний и внешний радиусы ферритовой шайбы, a — полутолщина шайбы, $\gamma = \sqrt{j\omega\mu\mu_0\sigma_п}$ — постоянная распространения электромагнитной волны в феррите.

Второй, электрический опыт проводился в строгом соответствии с магнитным, а именно, напряженность электрического поля, в котором находился образец, была направлена по радиусу, как и в первом, «магнитном», опыте. Для этого ток подводился к цилиндрическим образующим образца, покрытым проводящими экранами.

В этом случае

$$Z_э = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{4\pi\sigma_п a} \cdot \frac{a\gamma}{\operatorname{th} a\gamma}.$$

Получив $Z_м$ и $Z_э$, можно из их произведения найти одно уравнение:

$$Z_м \cdot Z_э = \frac{\left(\ln \frac{r_2}{r_1}\right)^2}{4\pi^2} \cdot \frac{j\omega\mu\mu_0}{\sigma_п},$$

и из их отношения другое:

$$\frac{Z_м}{Z_э} = 4 \operatorname{th}^2 a \sqrt{j\omega\mu\mu_0\sigma_п}.$$

При совместном решении этих уравнений легко получить значения комплексных величин μ и $\sigma_п$.

Измерения были проведены на широко распространенном и удобном в обращении приборе — куметре. С целью расширения пределов измерения куметра параллельно градуированному конденсатору прибора подключался катодный вольтметр ВКС-7. Выходной микроамперметр катодного вольтметра был заменен более чувствительным. После такой замены вся шкала вольтметра соответствовала 0,3 V. При помощи этого прибора удалось определять параметры измерительного контура куметра при добротности системы порядка нескольких единиц, причем добротности исследуемых образцов часто были меньше единицы.

Формулы, по которым обрабатывались результаты показаний куметра, выводились из общей теории резонансного контура.

Напряжение, подводимое к куметру, стабилизовалось при помощи феррорезонансного стабилизатора напряжения. Для достижения теплового равновесия приборы предварительно прогревались в течение 1 ÷ 1,5 час.

При измерениях на высоких частотах правильный учет влияния обмотки на результаты представляет большое затруднение, так как наличие распределенной емкости витков может быть причиной собственных колебаний обмотки. В нашем случае влияние обмотки при частотах 0,1 ÷ 50 MHz устранено, так как измерения производились на одном витке — закороченном отрезке коаксиального кабеля.

Для определения параметров образцов измерения на каждой частот
производились дважды — измерялась индуктивность системы с образ

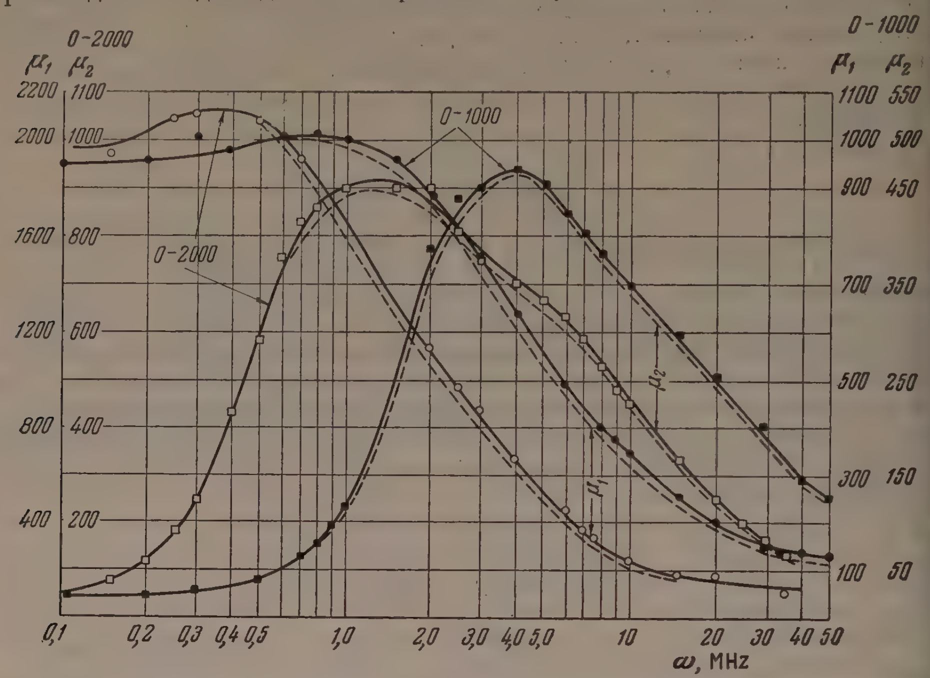


Рис. 1. Характеристики магнитной проницаемости ферритов. Левые шкалы — для О-2000, правые шкалы — для О-1000. Пунктиром даны средние значения величин

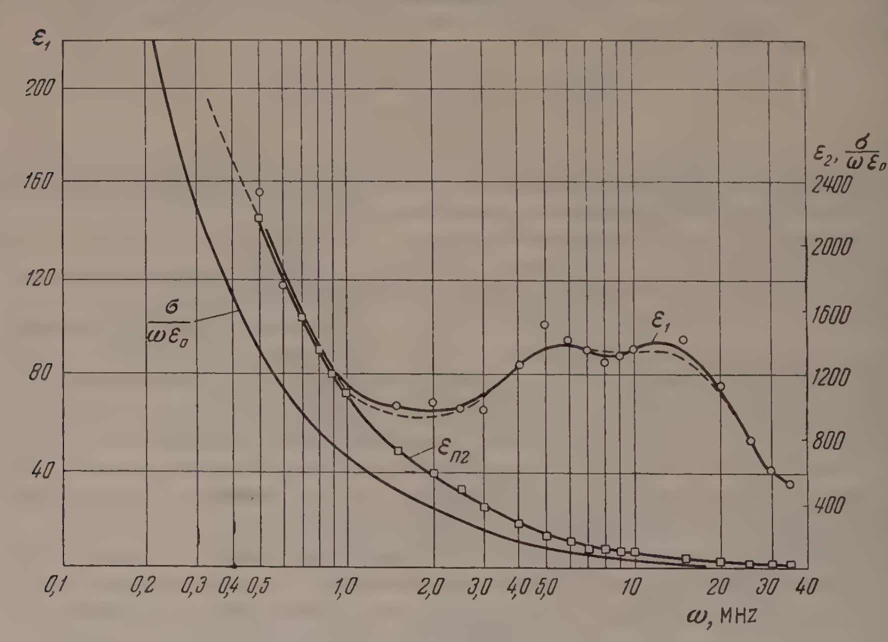


Рис. 2. Характеристика диэлектрической проницаемости феррита О-2000 ($\sigma = 3{,}84 \cdot 10^{-4}\ \Omega^{-1}\,\text{см}^{-1}$)

цом и индуктивность системы без образца, что устраняло влияние измерительной системы на результаты опытов. По два измерения на каждой частоте производились и при определении емкости образцов.

В результате экспериментов и последующего пересчета получены астотные зависимости магнитной и диэлектрической проницаемостей ерритов О-2000 и О-1000 (рис. 1—3).

Определение величин μ и ε вещества по методу двух измерений, исклюающему влияние поверхностного эффекта, показало, что поверхностный ффект в никель-цинковых ферритах в рассматриваемом интервале частот езвычайно мал.

Отсутствует и объемный резонанс — явление, возможное при условии, то длина электромагнитной волны соизмерима с геометрическими разерами образца. Длина электромагнитной волны в веществе во много раз ревосходила размеры образцов. Так, при 40 MHz длина волны в ферітах $\lambda_{O\text{-}2000} = 12{,}55$ см и $\lambda_{O\text{-}1000} = 20$ см, тогда как максимальная толина образцов была 8 мм при ширине кольца 11 мм.

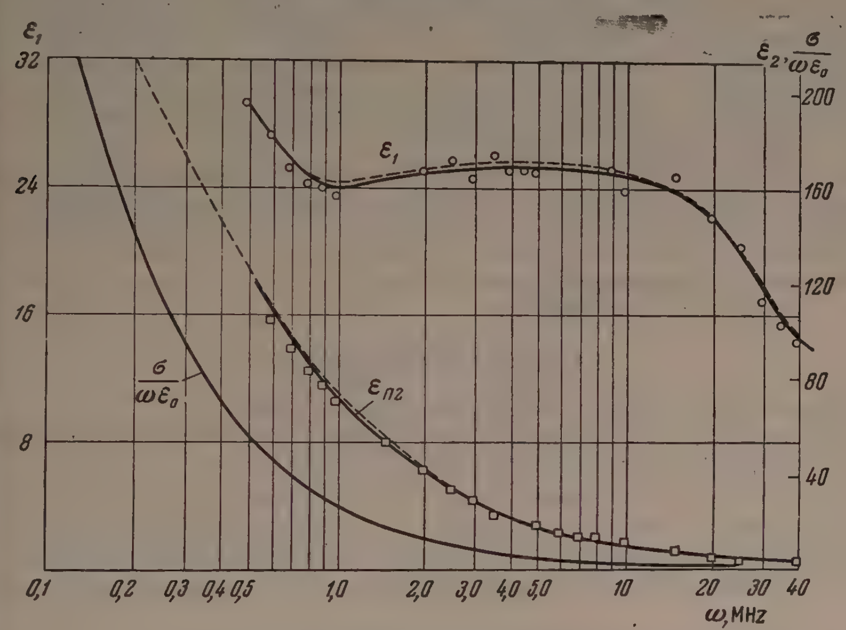


Рис. 3. Характеристики диэлектрической проницаемости феррита О-1000 ($\sigma = 1{,}54 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$ см$^{-1}$)

Отсутствие поверхностного эффекта и объемного резонанса в нашем учае доказывается и тем, что ход кривых, полученных путем пересчета сспериментальных данных по методу двух измерений, очень мало отлиается (не более чем на 3 ÷ 5%) от хода кривых для средних значений и ε (рис. 1—3, пунктир), вычисленных на основании тех же опытных нных.

На рис. 1 можно видеть, что полученные кривые вещественной части гнитной проницаемости имеют некоторый подъем на сравнительно лых частотах (0,1 ÷ 1,5 MHz) при последующем сильном спаде. Этому аду соответствует резкое увеличение магнитных потерь. Тот факт, о вещественная часть магнитной проницаемости на некоторой частоте ановится больше проницаемости при постоянном поле, говорит о том, о на этом участке сказываются колебательные, а не релаксационные пения.

Механизм дисперсии магнитной проницаемости может быть объяснен зонансным явлением, связанным с движением границ областей самоюизвольной намагниченности. На возможность такого явления впере указал Дёринг в своей теоретической работе [2], доказавший, что ижущаяся граница приобретает добавочную кинетическую энергию,

пропорциональную квадрату скорости движения границы, что равн сильно приобретению границей эффективной инертной массы.

В работе исследовались и диэлектрические свойства ферритов О-20(и О-1000. Вещественная составляющая диэлектрической проницаемост определяющая емкостные свойства исследованных ферритов, в рассмо ренном интервале частот (0,5÷50 MHz) оказалась незначительной і своей величине. Мнимая часть ε, определяющая поглощение в материал как правило, была больше вещественной для обоих типов феррита, ч равносильно малой добротности Q $\left(Q = \varepsilon_1/\varepsilon_{п_2}, \text{ где } \varepsilon_{п_2} = \varepsilon_2 + \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}\right)$ ил большому $\operatorname{tg}\delta$ $(\operatorname{tg}\delta = 1/Q)$. Величина $\operatorname{tg}\delta$ доходила до 4 в случае фе рита О-1000 и до 16 в случае феррита О-2000. Очевидно, что при таки соотношениях главной характеристикой материала будет мнимая с ставляющая диэлектрической проницаемости. Она обусловлена не тольн диэлектрическими потерями, но и проводимостью на постоянном ток

Проводимость σ была определена опытным путем; это дало возможност оценить ее роль в ходе кривой $\varepsilon_{п_2} = f(\omega)$ (рис. 2 и 3). Для этого измер лось сопротивление образцов на мосте постоянного тока в той же обойм что и при измерении емкости.

Исследованные ферриты в электрическом отношении по существ являются полупроводниками с заметно выраженными емкостными сво ствами.

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Цитированная литература

1. Поливанов К. М., Электричество, *3*, 19 (1954).
2. Döring W., ZS. Naturforsch., **3a**, 373 (1948) [русский перевод в Сб. «Ферром нитный резонанс», стр. 312.— ИЛ, М., 1952].

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

Л. К. МИХАЙЛОВСКИЙ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФЕРРИТОВ

Строгое решение электродинамической задачи по определению формы электромагнитного поля в ограниченной гиромагнитной среде при поперечном подмагничивании* требует решения волнового уравнения. Это решение пока не найдено и, следовательно, не может быть дано и строгое решение указанной электродинамической задачи. Поэтому до сих пор можно было только предполагать, что в случае ограниченных гиромагнитных сред, так же как и в случае безграничных сред, при поперечном подмагничивании в среде появляются обыкновенная и необыкновенная волны.

В данной работе описаны результаты теоретических и экспериментальных исследований структуры электромагнитного поля в волноводе, заполненном средой, характеризуемой тензором магнитной проницаемости вида [1]:

$$\mu_{ik} = \begin{vmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu & jk \\ 0 & -jk & \mu \end{vmatrix}, \qquad (1)$$

где $\mu_x = \mu'_x - j\mu''_x$, $\mu = \mu' - j\mu''$ и $k = k' - jk''$.

В результате этих исследований была выяснена возможность существования и в ограниченных гиромагнитных средах при поперечном подмагничивании волны зависящей и волны, практически не зависящей от величины подмагничивающего поля (необыкновенной и обыкновенной волны).

1. Теоретические предпосылки

Используя уравнения Максвелла для случая гиромагнитной среды при поперечном подмагничивании, можно установить в общем виде (без наложения граничных условий и каких-либо прочих ограничений) связь между поперечными и продольными составляющими электромагнитного поля, распространяющегося в направлении Z при постоянном подмагничивающем поле, направленном по оси X.

При этом оказывается возможным разделить эти выражения связи на выражения, характеризующие волну со слабой зависимостью от постоянного подмагничивающего поля **H** (волну, имеющую постоянную распространения γ_1), и выражения, характеризующие волну с сильной зависимостью от **H**** (волну, имеющую постоянную распространения γ_2),

$$h_x = \frac{1}{\omega^2\varepsilon\mu + \gamma_1^2}\left(j\omega\varepsilon\frac{\partial E_z}{\partial y} - \gamma_1\frac{\partial h_z}{\partial x}\right). \qquad (2)$$

Выражения для волн первого типа (обыкновенных) получены нами в форме:

* Силовые линии подмагничивающего поля — параллельные прямые, перпендикулярные к оси волновода.

** Влияние **H** на выражения связи между поперечными и продольными составляющими поля проявляется в основном через μ и k.

$$E_y = \frac{1}{\omega^2 \varepsilon \mu_x + \gamma_1^2} \left(-\gamma_1 \frac{\partial E_z}{\partial y} + j\omega\mu_x \frac{\partial h_z}{\partial x} \right). \quad (3$$

Аналогично для второго типа волн (необыкновенных) имеем:

$$h_y = -\frac{1}{\omega^2 \varepsilon \mu + \gamma_2^2} \left(j\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} + \gamma_2 \frac{\partial h_z}{\partial y} + j\omega^2 \varepsilon k h_z \right), \quad (4$$

$$E_x = -\frac{1}{\omega^2 \varepsilon \mu + \gamma_2^2} \left(\gamma_2 \frac{\partial E_z}{\partial x} + j\omega\mu \frac{\partial h_z}{\partial y} + \gamma_2 \omega k h_z \right). \quad (5$$

Для изотропных сред эти выражения приводятся к виду, хорош известному в электродинамике. Как их частный случай можно такж получить соотношения для полей обыкновенной и необыкновенной вол в безграничной гиромагнитной среде. Получающиеся при этом соот ношения совпадают с выражениями, вытекающими из формул, найденны другими авторами (см., например, [2]).

В случае ограниченных гиромагнитных сред до решения волнового уравнения, т. е. определения γ_1 и γ_2, соотношения (2) — (5) можно рас сматривать как подтверждение возможности существования обыкновен ных и необыкновенных волн и в таких средах.

2. Постановка эксперимента

Таким образом, если обыкновенные и необыкновенные волны в огра ниченных гиромагнитных средах существуют, то они должны проявит себя благодаря явлению объемного резонанса *.

Целью нашего эксперимента было получение таких результатов которые после соответствующей обработки дали бы возможность выде лить в чистом виде долю потерь электромагнитной энергии в гиромагнит ной среде, обусловленную исключительно явлением объемного резонанса

Дальнейшая теоретическая обработка этих результатов, как буде показано ниже, в свою очередь, дает возможность найти зависимост длины существующих в гиромагнитной среде волн от подмагничиваю щего поля.

Для выполнения поставленной задачи в круглый волновод с рабоче волной TM_{01} помещались ферритовые шайбы различной толщины и дл каждой из них определялась зависимость потерь проходящей сквоз шайбу электромагнитной энергии от величины внешнего подмагничиваю щего поля (направленного перпендикулярно к оси волновода).

Пересчитав, далее, для каждой шайбы внешнее подмагничивающе поле во внутреннее, мы для ряда определенных значений внутреннег поля нашли зависимость потерь в шайбе от ее толщины. Другими словами ферритовую шайбу мы рассматриваем здесь как обычный цилиндриче ский резонатор, настраиваемый последовательно на все типы волн, суще ствующие в этом резонаторе (шайбе), причем настройка производитс за счет изменения толщины шайбы (длины резонатора), но при этом внеш нее подмагничивающее поле все время как бы подбирается таким, чтоб внутренее поле в шайбе оставалось неизменным и равным одному из вы бранных заранее значений.

Таким образом, максимумы потерь, возникающие при изменении тол щины шайбы за счет объемных резонансов гиромагнитных волн, должн появляться с некоторой определенной закономерностью, причем расстоя ние между двумя подобными максимумами, вызываемыми одним и тем ж типом волны, должно характеризовать половину длины данной волн в шайбе.

---

* Явление объемного резонанса отмечалось и наблюдалось в работах мног исследователей [3] и в настоящее время не является дискуссионным.

Ферритовые шайбы изготовлялись из феррита типа оксифер-400 диаметром, равным внутреннему диаметру круглого волновода (26,8 мм). Голщина шайбы изменялась в пределах 8,3 ÷ 0,96 мм за счет последова-ельной сошлифовки ее торцовых поверхностей (точность выдерживания олщины ± 0,005 мм). Шайба вклеивалась в волновод полистироловым аком так, чтобы ее торцовые поверхности были перпендикулярны стен-ам волновода.

Потери электромагнитной энергии в шайбе рассчитывались с точностью ± 0,1 db на основании измерений величин мощности волны, прошедшей ерез шайбу, и волны, отраженной от шайбы [4].

Исследование проводилось на частоте 9590 MHz, поддерживаемой точностью ± (30÷50) kHz. Специальной проверкой было установлено ичтожно малое влияние на результаты эксперимента паразитной волны H_{11}.

3. Результаты обработки экспериментов и их обсуждение

Как уже было сказано, экспериментально была определена зависимость отерь электромагнитной энергии, проходящей сквозь ферритовую шайбу, т величины подмагничивающего поля и толщины шайбы.

На основании этих данных было построено семейство кривых (рис. 1 2)*, показывающих изменение потерь в шайбе при изменении ее толщины ля ряда значений эффективного внутреннего поля. Необходимая для того построения связь между внешним и внутренним полем ** определя-ась с учетом размагничивающих коэффициентов, поля анизотропии и атухания [5].

На рис. 1 представлены потери, соответствующие внутренним полям, еньшим, чем поле гиромагнитного резонанса, на рис. 2 — полям, боль-шим, чем поле резонанса.

При рассмотрении этих рисунков обнаруживается физически понятное величение потерь с увеличением толщины шайбы при любом значении нутреннего поля.

Но на эти потери, как и ожидалось (см. раздел 2), оказались наложен-ными дополнительные потери, имеющие определенный резонансный ха-актер. Замечая, что потери за счет гиромагнитного резонанса при изме-ении внутреннего поля в этом случае могут менять только наклон сред-его уровня кривых потерь, можно легко выделить дополнительные по-ери, происходящие исключительно за счет объемного резонанса.

Рассматривая дополнительные потери на рис. 1 и 2, нетрудно отметить от факт, что положение и величина части максимумов и перегибов за-исит от величины внутреннего поля, а часть максимумов и перегибов рактически от него не зависит. Это явление можно объяснить только ем, что первый вид поглощения обусловлен объемным резонансом на олне, длина которой зависит от величины внутреннего поля (необыкно-енной), тогда как второй вид поглощения происходит вследствие объем-ого резонанса на волне, практически не зависящей от поля (обыкновен-ой). Этим же объясняется и то, что по мере удаления величины внутрен-его поля от значения, соответствующего частоте гиромагнитного резо-анса, интенсивность объемного резонансного поглощения в первом слу-ае падает, а во во втором — остается практически неизменной.

Поскольку расстояния между подобными, перемещающимися в зави-имости от величины внутреннего поля основными максимумами потерь пределяют половину длины гиромагнитной волны основного типа, можно остроить изменение этой длины в исследуемой области внутренних полей ис. 3).

* Кривые семейства приведены на рисунках не полностью.

** Под термином «внутреннее поле» мы понимаем эффективное внутреннее под-гничивающее поле.

Рис. 1

Рис. 2

Рис. 1. Зависимость потерь в ферритовой шайбе от ее толщины при постоянных значениях внутреннего поля $H_{вн}=3250 \div 3420$ Ое: *1* — 3250, *2* — 3350, *3* — 3390, *4* — 3420 Ое

Рис. 2. То же, что на рис. 1, но при $H_{вн} = 3420 \div 3550$ Ое: *1* — 3420, *2* — 3440, *3* — 3460, *4* — 3500, *5* — 3550 Ое

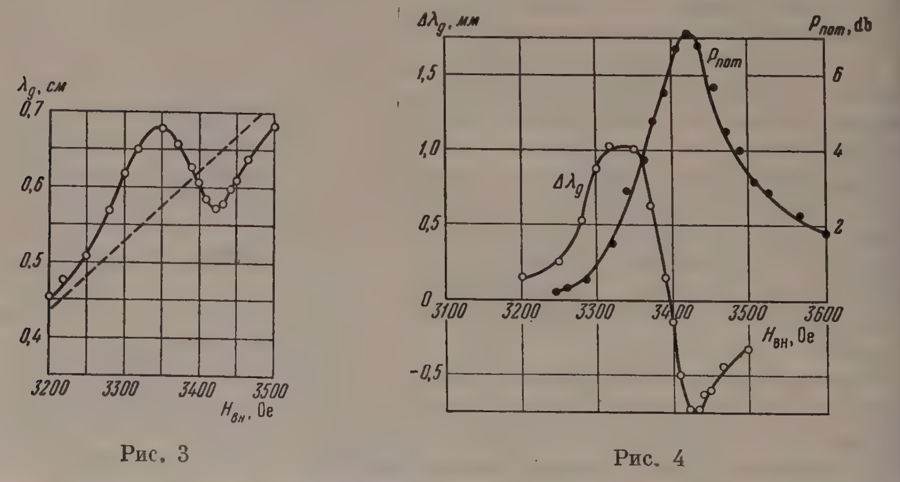


Рис. 3

Рис. 4

Рис. 3. Изменение длины гиромагнитной волны основного типа в исследованной области внутренних полей

Рис. 4. Относительное изменение длины гиромагнитной волны и полные потери мощности волны в ферритовой шайбе ($d = 0{,}96$ мм) в области резонанса

На рис. 4 построено изменение длины гиромагнитной волны основ-ого типа относительно изменения ее среднего уровня (см. рис. 3). Іа рис. 4 для области резонанса приведены также полные потери мощно-ти электромагнитной волны в ферритовой шайбе толщиной $d = 0{,}96$ мм.

Заключение

1. Таким образом мы подтвердили возможность существования в не-оторой ограниченной гиромагнитной среде, при поперечном подмагни-ивании, волны зависящей и волны практически не зависящей от вели-ины внешнего подмагничивающего поля.

2. Нами предложен метод практического использования явления бъемного резонанса.

Мы приносим глубокую благодарность К. М. Поливанову за по-ющь, оказанную нам при выполнении данной работы.

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Цитированная литература

Polder D., Phil. Mag., 40, 99 (1949).
Микаэлян А. Л., Пистолькорс А. А., Радиотехника, 3, 14 (1955);
Du Pré F. K., Philips Res. Rep., 10, 1 (1955).
Поливанов К. М., Труды МЭИ, вып. 14, стр. 166 (1953); Yager W. A., Galt J. K., Merrit F. R., Wood E. A., Phys. Rev., 80, 744 (1950) [русский перевод] в сб. «Ферромагнитный резонанс», под ред. С. В. Вонсовского, стр. 185.— ИЛ, М., 1952]; Brockman F. G., Dowling P. H., Steneck W. G., Phys. Rev., 77, 85 (1950); Goldstein L., Gilden M., Etter J., Conv. Rec. I. R. E., Part 10.— Microwaves, 58 (1953); Rowen J., Bell Syst. Techn. Journ., 32, *6*, 1333 (1953); Hogan C., Rev. Mod. Phys., 25, 1, 253 (1953); Rado G. T., Wright R. W., Emerson W. H., Phys. Rev., 80, 273 (1950) [русский перевод в сб. «Ферромагнитный резонанс», под ред. С. В. Вонсовского, стр. 284.— ИЛ, М., 1952].
«Измерения на сверхвысоких частотах», пер. с англ. под ред. В. Б. Штейншлейгера. — Изд. «Советское радио», М., 1952.
Kittel C., Phys. Rev., 73, 155 (1948); Hogan C., Bell. Syst. Techn. Journ. 31, *1*, 1 (1952); Macdonald J. R., Proc. Phys., Soc., 64, 968 (1951); Birks J. B., Phys. Rev., 74, 988 (1948) [русский перевод в сб. «Ферромагнитный резонанс», под ред. С. В. Вонсовского, стр. 228. — ИЛ., М., 1952].

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 195(

А. И. ПИЛЬЩИКОВ

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ РАЗМАГНИЧИВАЮЩИХ ПОЛЕЙ НА ФЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

Изучение ферромагнитного резонанса, открытого В. К. Аркадьевым в 1911—1913 гг. [1, 2], в настоящее время представляет большой интерес как для практического применения ферромагнитных материалов в области радиотехники сверхвысоких частот, так и для исследования физических явлений в ферромагнетиках.

Проведенные за последние годы экспериментальные и теоретические работы дали возможность установить основные закономерности ферромагнитного резонанса в слабых высокочастотных магнитных полях [3—5].

Одним из наиболее существенных вопросов при изучении ферромагнитного резонанса является вопрос о ширине кривой резонансного поглощения, которая определяется временем поперечной релаксации. В настоящее время предложен целый ряд теоретических объяснений и расчетов ширины кривой поглощения [5], однако многие из расчетов дают или неправильную температурную зависимость, или значительно меньшую ширину кривой поглощения по сравнению с экспериментальными значениями. Следует отметить, что все расчеты ширины кривой поглощения выполнены для идеальных (безгистерезисных, недеформированных, однородных) монокристаллов. Большинство же экспериментальных данных получено на поликристаллических образцах, у которых ширина кривой поглощения в значительной степени определяется неоднородными условиями ферромагнитного резонанса в разных участках образца вследствие различной ориентации кристаллографических осей по отношению к внешнему постоянному магнитному полю, вследствие неоднородности внутренних размагничивающих полей, наличия неоднородных упругих напряжений и т. д.

Одной из существенных причин, приводящей к расширению кривой поглощения, является наличие неоднородных размагничивающих полей образца. Размагничивающие поля однородны только для однородно намагниченного эллипсоида, в экспериментах же с металлическими ферромагнетиками используются образцы в виде пластинок, дисков или более сложной формы, что приводит к появлению в них неоднородных размагничивающих полей.

В настоящей работе проведено изучение влияния неоднородных размагничивающих полей образца на форму кривых поглощения и дисперсии и на значения гиромагнитного отношения (γ), фактора расщепления (g) и времени релаксации (τ), которые определяются по экспериментальным данным.

Влияние неоднородных размагничивающих полей на ферромагнитный резонанс изучалось на металлических ферромагнетиках. Образцы в виде полого цилиндра с очень тонкой стенкой помещались на специальной полистироловой вставке в полость цилиндрического резонатора, в котором возбуждались колебания типа E_{010}. Резонатор помещался между полюсами электромагнита так, что обеспечивалась взаимная перпендикулярность высокочастотного и постоянного магнитных полей. Необходимые значения размагничивающего фактора для образцов получались

а счет выбора различных соотношений между толщиной стенки a и высотой образца c (рис. 1).

Основными измеряемыми величинами являлись резонансная частота добротность измерительного резонатора с образцом для различных начений постоянного магнитного поля. Глубина проникновения поля ферромагнетик была значительно меньше толщины образца, поэтому обротность и поправка к резонансной частоте за счет ферромагнетика пределялись соотношениями [6]:

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\mu_{к}}\,\frac{1}{Q_\infty}, \tag{1}$$

$$\frac{2\Delta f}{f} = \pm\sqrt{\mu_{п}}\,\frac{1}{Q_\infty}^{*}, \tag{2}$$

де Q — добротность полого резонатора, определяемая потерями в ферромагнетике; Δf — поправка, вносимая в резонансную частоту резонатора

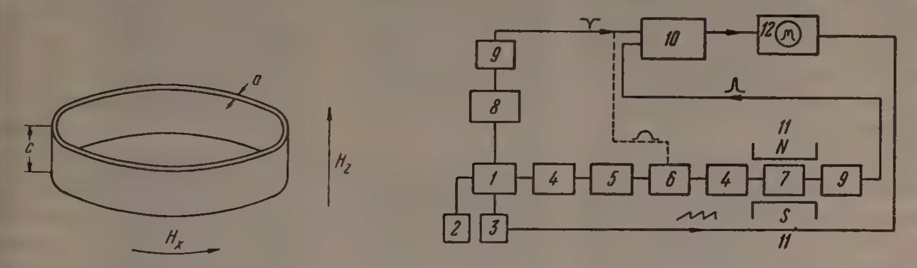


Рис. 1 Рис. 2

ис. 1. Расположение ленточного образца относительно постоянного H_z и высокочастотного H_x магнитных полей

ис. 2. Блок-схема экспериментальной установки: *1* — клистрон, *2* — блок итания клистрона, *3* — блок модуляции и развертки, *4* — согласующее устройство, — ослабитель, *6* — контрольный детектор, *7* — измерительный резонатор, *8* — волноэр, *9* — детекторная головка, *10* — суммирующий усилитель, *11* — полюса электромагнита, *12* — осциллограф

а счет ферромагнетика (f — резонансная частота полого резонатора); к — эффективная магнитная проницаемость по коэффициенту затухания; п — эффективная магнитная проницаемость по показателю преломления. ри этом, если комплексная магнитная проницаемость вещества $\mu' = \mu - j\rho'$, о [7]:

$$\mu_{к} = \sqrt{\mu^2 + \rho'^2} + \rho', \tag{3}$$

$$\mu_{п} = \sqrt{\mu^2 + \rho'^2} - \rho', \tag{4}$$

$$\frac{1}{Q_\infty} = d_0\,\frac{\int\limits_S H^2 dS}{\int\limits_V \mu_1 H^2 dV}, \tag{4а}$$

де d_0 — глубина проникновения поля в ферромагнетик при $\mu' = 1$, S — оверхность ферромагнетика, V — объем полости резонатора, μ_1 — магнитная проницаемость среды, заполняющей полость резонатора: $\omega = 2\pi f$ — руговая частота высокочастотного магнитного поля, H — амплитуда ысокочастотного магнитного поля в полости резонатора.

---

* В (2) знак «+» соответствует области, где $\mu < 0$, а знак «—» — области, где > 0.

Как следует из отношений (1) и (2), зависимость добротности и резонансной частоты полости от постоянного магнитного поля дает возможность судить о поведении $\mu_к$ и $\mu_п$ в области ферромагнитного резонанса. Измерения проводились в диапазоне $\lambda = 10$ см на установке, блок-схема которой представлена на рис. 2.

Для определения параметров полого резонатора мы использовали осциллографический метод, основанный на сравнении резонансных кривых измерительного резонатора и высокодобротного резонатора-волномера [8]. Источником частотномодулированных колебаний являлся клистронный генератор, на отражатель которого подавалось постоянное напряжение и переменное пилообразной формы. Высокочастотные колебания подавались по одному тракту на вход измерительного резонатора и по другому — на вход волномера. На выходе измерительного резонатора и волномера стояли квадратичные детекторы. На омической нагрузке детекторов напряжения имели форму резонансных кривых мощности. Напряжения с выходов измерительного резонатора и волномера в противоположных фазах подавались на раздельные входы суммирующего усилителя, в котором они складывались и усиливались до величины, необходимой для наблюдения на осциллографе. Пилообразное напряжение модуляции служило также развертывающим напряжением для осциллографа; это создавало полную синхронизацию сигнала и развертки. На экране осциллографа наблюдалась резонансная кривая измерительного резонатора, из которой вычиталась резонансная кривая волномера. Изменения резонансных кривых измерительного резонатора с ферромагнетиком в зависимости от величины постоянного магнитного поля показаны на рис. 3, где приведены осциллограммы резонансных кривых полого резонатора при различных значениях постоянного магнитного поля. Осциллограммы сняты при следующих условиях: при максимальном значении постоянного магнитного поля при помощи настройки волномера устанавливалось равенство резонансных частот измерительного резонатора и волномера. В дальнейшем изменялось только постоянное магнитное поле, а усиление каналов и настройка волномера оставались неизменными, поэтому резонансная кривая волномера на всех осциллограммах соответствует резонансной частоте измерительного резонатора при максимальном магнитном поле. Изменение высоты и относительной ширины резонансных кривых дает возможность судить об изменении добротности измерительного резонатора, а смещение ее по отношению к резонансной кривой волномера характеризует изменение резонансной частоты этого резонатора. На рис. 3 слева вверху помещена осциллограмма, соответствующая $H = H_{max}$, последующие осциллограммы (слева направо) относятся к постепенно уменьшающимся значениям постоянного магнитного поля. На этой серии осциллограмм легко проследить ход зависимости добротности и резонансной частоты от постоянного магнитного поля.

Измерение резонансной частоты измерительного резонатора сводилось к такой настройке волномера, при которой резонансная кривая волномера устанавливалась на вершине резонансной кривой резонатора, так что левый и правый максимумы результирующей кривой имели одинаковую высоту.

Для определения добротности измерительного резонатора измерялась ширина резонансной кривой на уровне половины максимальной мощности. Для исключения ошибки в измерении добротности за счет амплитудной модуляции измерение частот точек, соответствующих половинной мощности проводилось методом «погружения» [8].

Достаточная точность измерения могла быть получена при выполнении следующих условий:

1) тракты, подводящие высокочастотную мощность к резонатору и волномеру, должны пропускать всю область возбуждения (полоса пропускания тракта шире электронной настройки клистрона);

2) при перестройке волномера в пределах ширины резонансной кри-…й резонатора добротность волномера не должна изменяться;

3) детекторы на выходе измерительного резонатора и волномера …лжны быть квадратичными;

4) добротность волномера должна быть значительно больше доброт-…ости измерительного резонатора.

Для обеспечения соответствующей полосы пропускания трактов они …ли выполнены в виде коаксиальных линий. Применение поглощающих

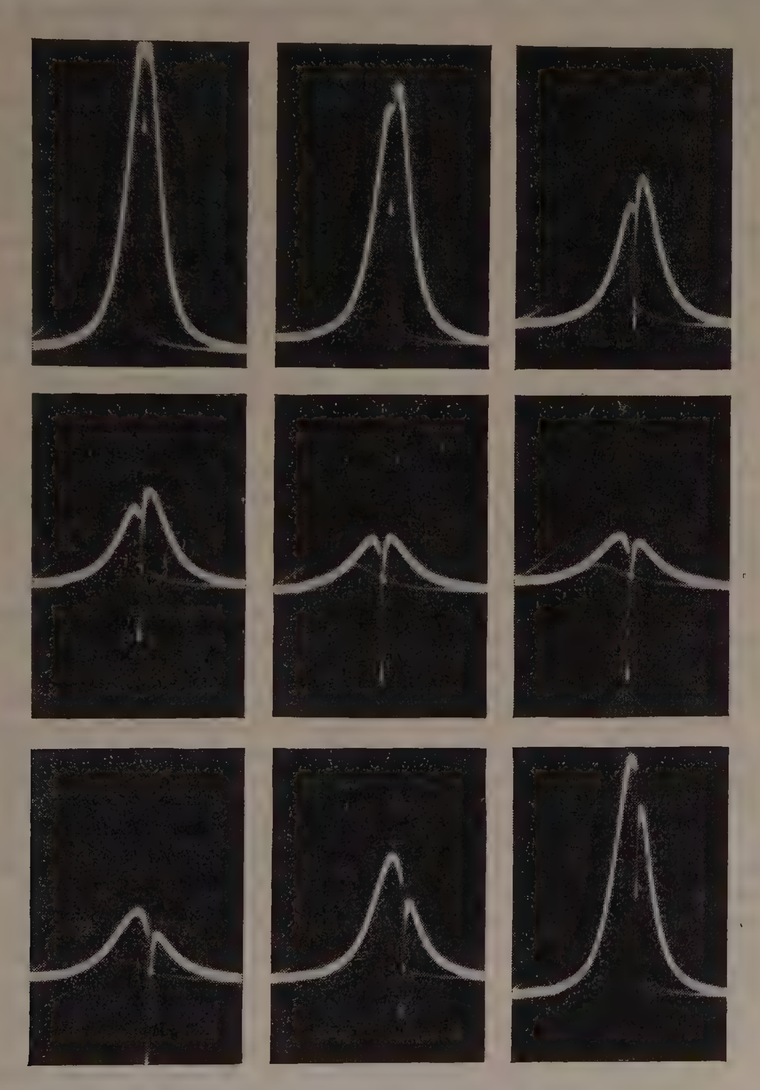


Рис. 3. Осциллограммы резонансных кривых измерительного резонатора с образцом при различных значениях внешнего магнитного поля (слева вверху H_{max}, справа внизу H_{min})

…слабителей и согласователей обеспечивало необходимую полосу про-…ускания. Одним из способов контроля полосы пропускания трактов было …равнение областей возбуждения, полученных от контрольного детектора … тракте и от детектора, включенного в контур клистрона. Постоянство …обротности волномера при его перестройке контролировалось сравне-…ием области возбуждения с резонансной кривой волномера. Для этого …а один из каналов усилителя вместо резонансной кривой резонатора

подавалась область возбуждения с детектора, включенного в контур клистрона. Высота сигнала от волномера устанавливалась регулировко усиления так, что при совпадении сигнала с максимумом области ег вершина касалась базисной линии области. При перестройке волномер вершина сигнала все время касалась базисной линии и только на конца области немного отрывалась от этой линии. В той части области, где пр измерениях устанавливалась резонансная кривая измерительного резонатора, этого отхода вершины сигнала волномера от базисной линии н обнаружено. Такая проверка давала возможность убедиться в необходимом постоянстве добротности волномера и в том, что тракт волномер имел достаточную полосу пропускания.

Квадратичность характеристики детектора измерительного резонатор и правильность измерения добротности проверялись измерением добротности измерительного резонатора по ширине резонансной кривой на разных высотах. Эт проверка показала, что средни разброс значений добротности измеренной на разных высотах лежит в пределах ошибки измерений добротности по половинной мощности (3—4%) и пр этом не обнаруживается какой либо зависимости ее от высоты Такая проверка дала основани считать, что измерения добротности производились с точность 3—4%. При измерениях резонансная кривая резонатора устанавливалась в области максимума области возбуждения, что обеспечивало правильное измерение уходов резонансной частоты. Каждый из двух каналов суммирующего усилителя имел по одному каскаду предварительного усиления и катодный повторитель. На входе катодных повторителей производились раздельная регулировка усиления каналов. С катодных повторителей сигнал подавался на суммирующий каскад (две лампы, работающие на общую нагрузку) и дальше на три каскада усиления. С симметричного выхода усилителя сигнал подавался на вертикальные отклоняющи пластины осциллографа. Входное сопротивление каналов усилителя — 700 Ω, максимальное усиление — $5 \cdot 10^5$, частотная характеристика проверялась по неискаженному усилению прямоугольных импульсо (частота повторения 50 kHz и 200 Hz, скважность 2). Проверка частотно характеристики показала, что коэффициент усиления постоянен в интервале 150 Hz÷400 kHz и плавно спадает до 50% при 700 kHz. Контрол полосы пропускания усилителя был проведен по сигналу волномера (наиболее короткий из всех используемых импульсов). Путем изменения частоты модуляции было установлено, что до частоты порядка 1000 H высота сигнала волномера не меняется и только при частоте 1200 Hz он начинает заметно уменьшаться. Измерения проводились на частоте модуляции 500÷900 Hz, что обеспечивало воспроизведение импульсов с достаточной степенью точности.

Таблица 1

Магнитные характеристики пермаллоев

Тип пермаллоя	Толщина ленты, мм	Начальная проницаемость μ_a, Gs Oe^{-1}	Максимальная проницаемость μ_{max}, Gs Oe^{-1}	Коэрцитивная сила H_c, Oe	$4\pi J_s$*, Gs	Удельное сопротивление, Ω·см м$^{-1}$
НХС-80	0,05	20000	100000	0,03	6850	0,61
НХС-80	0,15	24000	125000	0,02	6850	0,62
50-Н	0,12	3500	28000	0,22	15000	0,45

В качестве волномера мы использовали полый резонатор типа эхобокса с добротностью не меньше 10^4 (наибольшая добротность измерительного резонатора 2500). Постоянное магнитное поле создавалось электромагнитом с наконечниками ϕ 140 мм. Однородность поля в объеме образцов были в пределах одного эрстеда во всем диапазоне полей до 2300 Oe

* J_s — намагниченность насыщения.

…се измерения велись из размагниченного состояния электромагнита. …змерения были проведены с пермаллоями: хромистым НХС-80 (80% Ni) … 50-Н (50% Ni). Магнитные характеристики этих пермаллоев (после …оответствующего отжига) приведены в табл. 1.

Образцы в виде ленты свертывались в цилиндр на специальной оправке …з армко-железа и закреплялись на ней при помощи ленты и проволочки …з того же пермаллоя. Оправка имела диаметр, равный диаметру полисти…ролловой вставки, на которой образец помещался в полость полого резона…ора. Вместе с оправкой образцы проходили отжиг в вакууме. После …тжига проволока и верхний слой пер…аллоя осторожно снимались, а образец, …рямо с оправки, передвигался на поли…тироловую вставку и закреплялся на …ей лакотканью (рис. 4). Такая подготовка …бразца давала возможность придать ему …ужную форму до отжига и при перено…е на вставку избежать его деформации и …беспечить отсутствие упругих напряже…ий в исследуемом ферромагнетике.

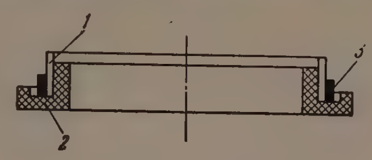


Рис. 4. Полистироловая вставка с образцом: *1* — образец, *2* — полистироловая вставка, *3* — лакоткань

Размагничивающий фактор вычислялся по приближенной формуле …ля сильно вытянутого и сплющенного эллипсоида $a \ll c$ (рис. 1):

$$N_z = 4\pi \frac{a}{a+c}. \tag{5}$$

…то соотношение с достаточной степенью точности справедливо для тон…их пластин и применение его для расчета в случае полого цилиндра оправ…ано тем, что радиус цилиндра значительно больше толщины его стенки. Измерение резонансного поля на цилиндрах пермаллоя НХС-80 ϕ 50 и 60 мм со стенкой 0,15 мм дали одно и то же значение резонансного поля. Это показывает, что размагничивающий фактор для выбранных размеров цилиндра (ϕ 60 мм) не зависит от радиуса кривизны.

Таблица 2

…начения размагничивающего фактора для образцов пермаллоев

Тип …ермаллоя	№ образца	Размеры образца		N_z
		a, мм	c, мм	
…ХС-80	1	0,05	10	0,063
…ХС-80	2	0,15	10	0,188
…ХС-80	3	0,15	5	0,377
…0-Н	—	0,12	10	0,15

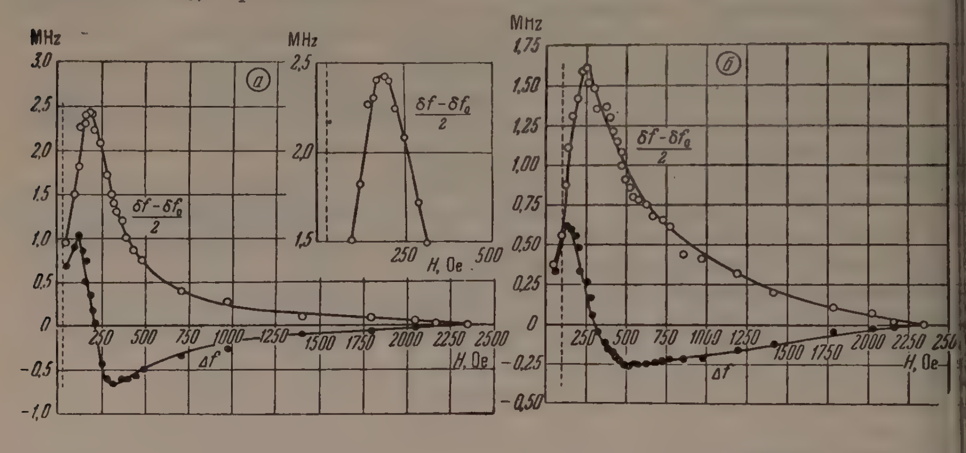
Размеры образцов и значения размагничивающего фактора приведены в табл. 2.

Резонатор, металлические детали крепления высокочастотного тракта и детекторная головка были изготовлены из латуни. Перед измерениями с образцами была проведена предварительная проверка влияния магнитного поля на параметры полого резонатора с полистироловой вставкой. …ти измерения показали, что в пределах использованных полей резонансная …астота и добротность резонатора без образца не зависят от постоянного …агнитного поля. Этими же измерениями было установлено отсутствие …лияния магнитного поля на кристаллический детектор, находившийся …коло полюсов электромагнита.

В результате измерений на трех образцах НХС-80 были получены …ависимости ширины резонансной кривой и резонансной частоты полого …езонатора с образцом от постоянного магнитного поля. На рис. 5 даны …кспериментальные зависимости ухода резонансной частоты (Δf) и изме…ения полуширины резонансной кривой $\left(\frac{\delta f - \delta f_0}{2}\right)$ от внешнего постоян…ого магнитного поля по отношению к значениям их при максимальном …оле. На рис. 6 приведены зависимости тех же величин для трех образцов, … от действующего поля $H - N_z J_s$.

Определение параметров ферромагнитного резонанса (γ, g, T) экспериментальных данных мы провели по значениям постоянно магнитного поля, соответствующим экстремумам эффективных магни ных проницаемостей [9]: H_0 — полю, соответствующему максимуму (максимум кривой затухания резонатора), и H_2 — полю, соответству щему второму максимуму $\mu_п$ (минимум кривой ухода резонансной частоты

Для расчета параметров ферромагнитного резонанса были такж использованы: значения размагничивающего фактора, вычисленные по (5 значения $4\pi J_s$, приведенные в табл. 1, и значения резонансной часто



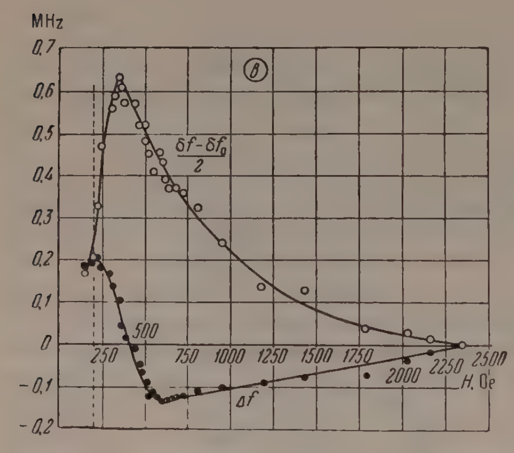


Рис. 5. Экспериментальные зависимост затухания и ухода резонансной частот измерительного резонатора от внешне магнитного поля для хромистого перма лоя НХС-80: *а* — образец № 1, $N_z =$ $= 0{,}063$, $g = 2{,}16$, $1/T = 5{,}0\cdot10^9$ сек *б* — образец № 2, $N_z = 0{,}188$, $g = 2{,}1$ $1/T = 8{,}5\cdot10^9$ сек$^{-1}$; *в* — образец № $N_z = 0{,}377$, $g = 2{,}12$, $1/T = 9\cdot10^9$ сек

измерительного резонатора ω. В работе [9] был разработан метод расчет параметров полого резонатора по значениям постоянного магнитног поля, соответствующим экстремумам магнитных проницаемостей. Этот мето дает возможность провести расчет в случае, когда экспериментально н достигнуто подавление ферромагнитного резонанса. В расчете не требуетс вычисления добротности Q (см. формулу (4а)) и, следовательно, он може быть применен для сложной формы образца, когда не известна точна структура высокочастотного поля в полости измерительного резонатора

Гиромагнитное отношение и частота релаксации вычислялись п формулам [9]:

$$\gamma^2 = -\frac{q}{2p^2} + \frac{1}{p}\sqrt{\frac{q^2}{4p^2} + \omega^2}, \tag{6}$$

$$\frac{1}{-} = \gamma^2 p, \tag{7}$$

где

$$p = \frac{(H_2 - H_0)\,[H_2 + H_0 + (N_x + N_y - 2N_z)\,J_s]}{2\sqrt{3}\,\omega}, \tag{8}$$

$$q = [H_0 + (N_x - N_z)\,J_s]\,[H_0 + (N_y - N_z)\,J_s], \tag{9}$$

N_x, N_y, N_z — размагничивающие факторы по соответствующим осям (ось Z совпадает с направлением постоянного магнитного поля, ось X — с направлением высокочастотного магнитного поля).

Обычно для расчета γ используется соотношение:

$$\gamma = \frac{\omega}{\sqrt{q}}. \tag{6а}$$

Использование этого соотношения возможно лишь в случае, когда $\omega^2 \gg 1/T^2$. Для исследованных нами образцов это условие не выполняется, и при расчете γ необходимо учитывать член $1/T^2$ в выражении для частоты резонансного поглощения [6]:

$$\omega^2 = \gamma^2 q + 1/T^2, \tag{10}$$

поэтому нами была использована формула (6), учитывающая член $1/T^2$ в (10).

Фактор расщепления g вычислялся из соотношения $\gamma = 8{,}79 \cdot 10^6 g$. Формула (7) для расчета частоты релаксации является приближенной и, согласно [9], в нее была введена поправка:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T'}\left(1 - 4{,}25\,\frac{\omega}{\omega_{1k}^2 T'}\right), \tag{11}$$

где $1/T'$ — значение частоты релаксации, вычисленное по (7),

$$\omega_{1k}^2 = \omega_1^2\big|_{H=H_0},$$

и

$$\omega_1^2 = 4\pi\gamma^2 J_s\,[H + (N_y - N_z)\,J_s]. \tag{12}$$

Исходные экспериментальные данные и результаты расчетов приведены в табл. 3. В последнем столбце ее даны значения фактора расщепления g_1, рассчитанные по (6а). Кривая, аналогичная экспериментальной кривой (рис. 5), была получена для пермаллоя 50-Н (рис. 7); результаты расчетов для пермаллоя 50-Н также приведены в табл. 3.

Таблица 3

Исходные экспериментальные данные для расчета параметров ферромагнитного резонанса и значения этих параметров для образцов пермаллоя НХС-80 и 50-Н

№ образца		N_z	$N_z J_s$, Gs	$\omega \cdot 10^{-10}$, радиан сек$^{-1}$	H_1, Oe	H_0, Oe	H_2, Oe	$H_0 - N_z J_s$, Oe	$H_0 - H_1$, Oe	$H_2 - H_0$, Oe	$\gamma \cdot 10^{-6}$, Hz Oe^{-1}	g	$1/T \cdot 10^{-9}$, сек$^{-1}$	g_1
НХС-80	1	0,063	35	2,04	125	190	325	155	65	135	19	2,16	5,0	2,23
НХС-80	2	0,188	105	2,04	125	245	505	140	120	260	18,4	2,10	8,5	2,35
НХС-80	3	0,377	205	2,05	220	340	610	135	120	270	18,6	2,12	9,0	2,40
50-Н		0,15	180	2,04	170	245	400	65	75	155	17,7	2,04	10,3	2,35

Прежде чем переходить к сравнению экспериментальных результатов с теорией, следует отметить характерные особенности полученных кривых.

Для всех образцов получены сравнительно острые максимумы кривых поглощения, достаточно четко выявленные экспериментальными точками.

Значения действующего поля $H_0 - N_z J_s$ очень мало изменяются с изменением размагничивающего фактора. Характерным является хорошо заметное расширение кривых резонансного поглощения с ростом размагничивающего фактора N_z (рис. 6). Образцы № 1 и № 2 различаются только толщиной стенок, следовательно рабочая поверхность образцов одинакова и поэтому кривые для затухания полого резонатора непосредственно характеризуют соотношение изменений $\mu_к$ для этих образцов. Из рис. 6, в частности, видно, что образец с наименьшим значением размагничивающего фактора имеет значительно большее изменение $\mu_к$.

Форма кривых, дающих зависимость ухода резонансной частоты (Δf) полого резонатора, с изменением размагничивающего фактора изменяется значительно больше. Прежде всего из рис. 6 и табл. 3 видно, что при

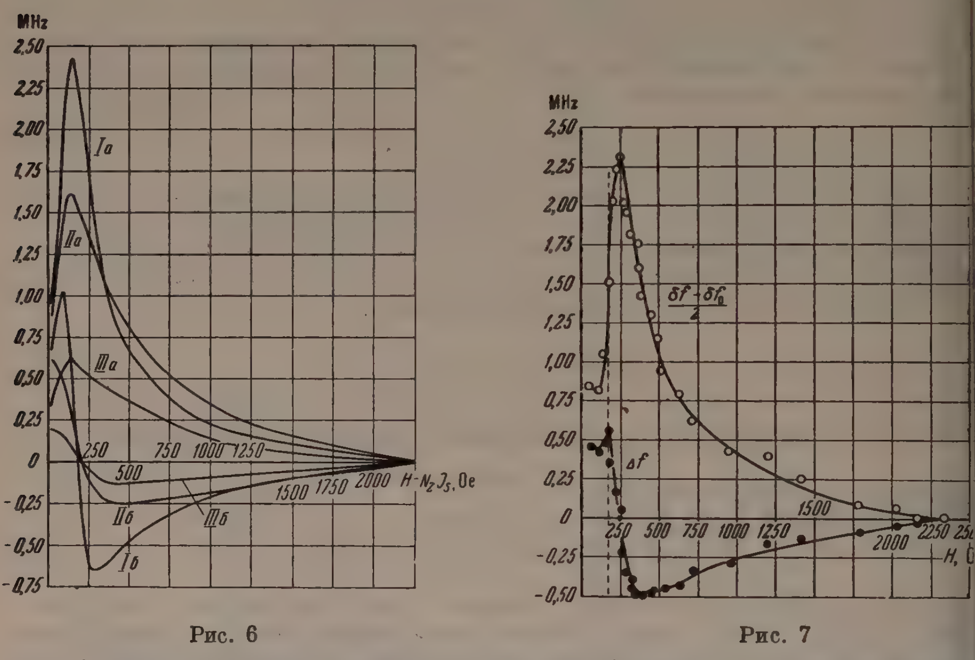


Рис. 6 Рис. 7

Рис. 6. Экспериментальные зависимости затухания (кривые *a*) и ухода резонансной частоты (кривые *б*) от действующего поля ($H - N_z J_s$) для трех образцов хромистого пермаллоя: *I* — образец № 1, $N_z = 0{,}063$; *II* — образец № 2, $N_z = 0{,}188$; *III* — образец № 3, $N_z = 0{,}377$

Рис. 7. То же, что на рис. 5, для пермаллоя 50-Н: $N_z = 0{,}15$, $g = 2{,}04$, $1/T = 10{,}3 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$

переходе от образца со сравнительно малым N_z к образцам с большими N_z минимум ухода резонансной частоты резко смещается в область сильных магнитных полей, $H_2 - H_0$ растет. С ростом размагничивающего фактора кривые расширяются, а диапазон изменения резонансной частоты резонатора уменьшается.

Отмеченное расширение кривых затухания и ухода резонансной частоты полого резонатора с ростом N_z, а также смещение минимума ухода частоты в область более сильных действующих полей определяет увеличение частоты релаксации, полученное в табл. 3. На всех экспериментальных кривых ухода резонансной частоты получены максимумы в слабых полях (первый максимум $\mu_п$). Значения постоянного поля, соответствующего этим максимумам, H_1 приведены в табл. 3. Из экспериментальных кривых и табл. 3 видно, что максимум ухода резонансной частоты лежит значительно ближе к максимуму поглощения, чем минимум этой кривой

ричем по форме максимум значительно острее минимума. Однако следует иметь в виду, что максимумы ухода резонансной частоты лежат в области полей, где не может быть обеспечена намагниченность образца о насыщения; это ясно видно по положению максимумов относительно ертикальных пунктирных прямых линий, проведенных для поля $H = N_z J_s$ (см. рис. 5 и 7). В области минимума ухода резонансной частоты ферромагнетик более однородно намагничен, поэтому во всех расчетах было спользовано значение поля, соответствующее этому минимуму.

Для того чтобы более определенно выяснить характер влияния неоднородных размагничивающих полей на форму экспериментальных ривых, мы провели сравнение теоретических и экспериментальных ривых. Теоретические значения μ и ρ' были рассчитаны по формулам [6]:

$$\mu = \frac{\omega_1^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{4\omega^2}{T^2}} + 1 \tag{13}$$

$$\rho' = \frac{\omega_1^2 \frac{2\omega}{T}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{4\omega^2}{T^2}}, \tag{14}$$

$\mu_к$ и $\mu_п$ рассчитаны по (3) и (4).

При расчете μ и ρ' были использованы экспериментальные значения и $\frac{1}{T}$, приведенные в табл. 3.

Для расчета экспериментальных значений $\mu_к$ и $\mu_п$ были использованы оотношения, следующие из (1) и (2):

$$\sqrt{\mu_к} = A(\delta f - \delta f_0) + \sqrt{\mu_{к_0}}, \tag{15}$$

$$\sqrt{\mu_п}\begin{cases} = B\Delta f - \sqrt{\mu_{п_0}} & \text{для } H < H_0, \quad (16)\\ = -B\Delta f + \sqrt{\mu_{п_0}} & \text{для } H > H_0, \quad (17)\end{cases}$$

де

$$A = \frac{\sqrt{\mu_{кmax}} - \sqrt{\mu_{п_0}}}{\delta f_{max} - \delta f_0},$$

$$B = \frac{\sqrt{\mu_{п_0}} - \sqrt{\mu_{пmax}}}{\Delta f_{max}};$$

десь $\mu_{к_0}$ и $\mu_{п_0}$ — теоретические значения $\mu_к$ и $\mu_п$ при максимальном агнитном поле ($H = H_{max}$), $\mu_{к_{max}}$ — максимальное теоретическое значеие $\mu_к$, $\mu_{п_{max}}$ — теоретическое значение $\mu_п$ для второго максимума ($H = H_2$), — ширина резонансной кривой измерительного резонатора, Δf — уход езонансной частоты измерительного резонатора по отношению к резонанюй частоте при $H = H_{max}$; $\delta f_0 = \delta f|_{H=H_{max}}$; $\delta f_{max} = \delta f|_{H=H_0}$; $\Delta f_{max} = \Delta f_{H=H_2}$. На рис. 8 приведены теоретические кривые $\sqrt{\mu_к}$ и $\sqrt{\mu_п}$ в зависимости от постоянного магнитного поля для исследованных образцов. очками даны экспериментальные значения этих величин.

Для поля $H < H_0$ кривые для $\sqrt{\mu_п}$ вычерчены в отрицательной области, к как экспериментально не удалось достаточно точно определить точки, оответствующие $\mu_п = 0$. Влияние размагничивающих полей на кривые езонансного поглощения и дисперсии можно проследить по результатам, олученным для образцов пермаллоя НХС-80. Для образца № 1 с наеньшим значением размагничивающего фактора (рис. 8, *а*) эксперимен-

тальные точки хорошо совпадают с теоретическими кривыми во всем диапазоне постоянных магнитных полей, и только для $\sqrt{\mu_п}$ имеется заметное расхождение в области минимума этой кривой. Для образцов № 2 и № 3 с большими значениями размагничивающего фактора (рис. 8, *б* и *в*) выявляется закономерное отклонение экспериментальных точек от теоретических кривых: для кривых $\sqrt{\mu_к}$ в области полей $H < H_0$ экспериментальные точки лежат ниже теоретических кривых, а для $H > H_0$ —

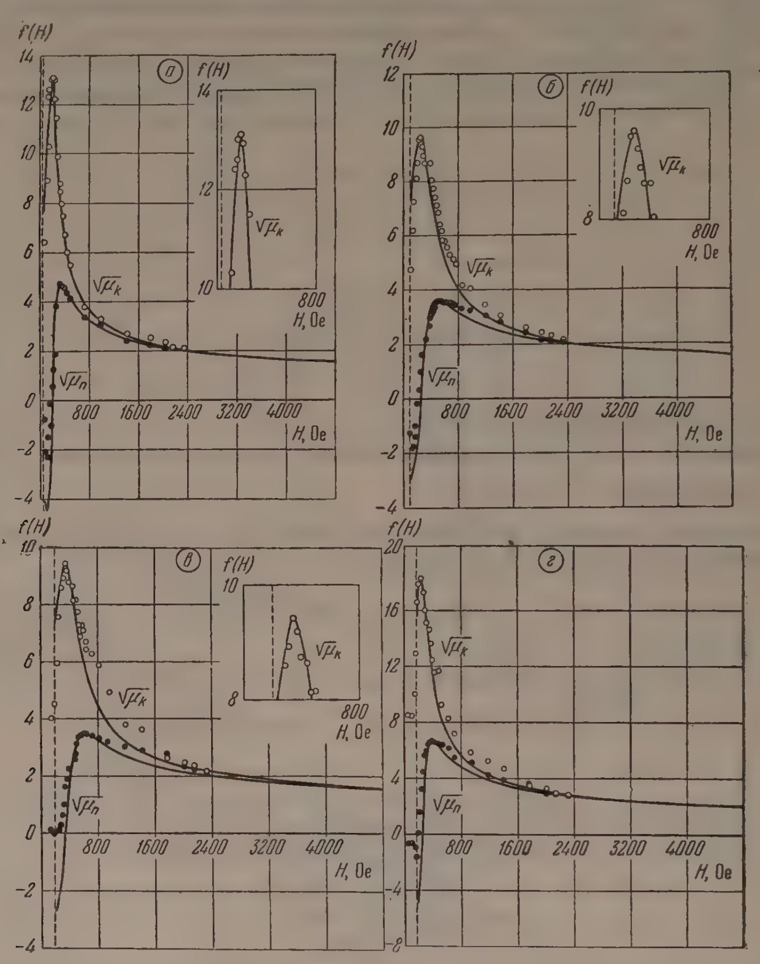


Рис. 8. Сравнение теоретических кривых зависимости $\sqrt{\mu_к}$ и $\sqrt{\mu_п}$ от постоянного магнитного поля с экспериментальными данными (точки) для хромистого пермаллоя (*а* — образец № 1, *б* — образец № 2, *в* — образец № 3) и для пермаллоя 50-Н (*г*). Значения N_z, g и $1/T$ — те же, что и для образцов рис. 5 и 6

выше. Для образца № 1 отклонение экспериментальных точек от теоретических кривых имеет незначительную величину, а для образцов № 2 и № 3 эти отклонения уже значительны. Для кривых $\sqrt{\mu_п}$ также заметно явное расширение экспериментальных кривых по сравнению с теоретическими для $H > H_2$ и значительно меньшее расхождение для полей $H_0 < H < H_2$. В области минимума кривых $\sqrt{\mu_п}$ расхождение экспериментальных точек с теоретическими кривыми резко возрастает с ростом размагничивающего фактора и появляется довольно значительное расхождение как в положении, так и в величине минимума $\mu_п$.

Следует отметить, что расширение экспериментальных кривых $\sqrt{\mu_к}$ (для $H > H_0$) и $\sqrt{\mu_п}$ значительно больше расширения теоретических кри-ых, вызванного ростом частоты релаксации. Из сопоставления кривых ис. 8, *а*, *б* и *в* видно, что с увеличением размагничивающего фактора аксимальное значение эффективных магнитных проницаемостей убывает.

Сопоставление теоретических кривых и экспериментальных точек для ермаллоя 50-Н, приведенное на рис. 8,*г*, подтверждает отмеченное выше лияние размагничивающих полей на ход экспериментальных кривых оглощения и дисперсии.

Изменение формы экспериментальных кривых и увеличение частот елаксации, определенной из этих данных, можно объяснить, если рас-мотреть распределение размагничивающих полей в образце.

Размагничивающие поля в образце, использованные в данной работе, ыли неоднородны, причем размагничивающий фактор N_z, вычисленный о формуле (5), определял размагничивающее поле для средней части об-азца (по высоте цилиндра, рис. 1). Участки образца, лежащие ближе торцам, находились в более сильных размагничивающих полях. Такой арактер распределения размагничивающих полей приводил к тому, что словия резонанса в различных участках образца наступали при различных начениях внешнего магнитного поля. Для среднего участка, составляю-его бо̀льшую часть образца, условия резонанса наступали при более абых полях, чем для торцовых участков. Это обстоятельство являлось ричиной того, что экспериментальные кривые резонансного поглощения дисперсии образца в нашем случае в значительной мере отличались от ривых, снятых при однородных условиях резонанса во всем образце. скажения экспериментальных кривых у образца с неоднородными раз-гничивающими полями определялись двумя основными причинами. кспериментальные кривые резонансного поглощения и дисперсии явля-сь, прежде всего, результатом взаимного наложения соответствующих ивых для отдельных участков образца с различными условиями резо-нса. Расширение экспериментальных кривых обусловлено также взаи-действием этих участков друг с другом. Это взаимодействие в ферромаг-тике должно быть достаточно велико вследствие большой намагничен-сти и эквивалентно, повидимому, воздействию на прецессирующие элек-оны дополнительных высокочастотных полей, близких по частоте к ча-оте прецессии магнитного момента электрона во внешнем постоянном маг-тном поле. Наличие этих дополнительных полей и приводило к расши-нию кривых резонансного поглощения и дисперсии и, следовательно, увеличению частоты релаксации каждого участка образца. Следует метить, что при различных значениях постоянного магнитного поля на ин и тот же участок действовали различные дополнительные поля в за-симости от того, в каком состоянии (на кривых ферромагнитного резо-нса) находились ближайшие участки образца. Если постоянное поле нялось от слабых полей, то условия резонанса наступали прежде всего среднего участка образца, и начальный ход кривых поглощения и дис-рсии в основном определялся этим участком, где размагничивающие поля иболее однородны. Торцовые участки образца, находящиеся в более льных размагничивающих полях, сравнительно далеки от резонанса казывали незначительное влияние на ход кривых. При дальнейшем уве-ении постоянного поля условия резонанса наступали для участков, положенных ближе к торцам, и, чем больше постоянное поле, тем ближе орцу участки ферромагнетика, для которых наступали условия резо-са, и тем больше воздействие дополнительных полей на электроны сред-ю участка. Следовательно, первая причина — наложение кривых от-льных участков — приводит к расширению кривых в сторону сильных ей, вторая причина — взаимодействие участков с различными усло-ми резонанса — расширяет кривые в обе стороны, но с преимущест-

венным расширением кривых среднего участка также в сторону сильны полей. Исходя из рассматриваемых выше особенностей ферромагнитно резонанса при наличии неоднородных полей, можно понять ход экспер ментальных и теоретических кривых на рис. 8. Смещение эксперимента ных точек по отношению к теоретической кривой в сторону сильных поле для $\sqrt{\mu_к}$ в области $H > H_0$ и для $\sqrt{\mu_п}$ в области $H > H_2$ является результа том взаимного наложения кривых различных участков ферромагнети и взаимодействия участков ферромагнетика с различными условиями р зонанса. Значительно меньшее расширение экспериментальной крив $\sqrt{\mu_п}$ в области $H < H_2$ является, повидимому, в основном результатом вз имодействия различных участков и частично наложения кривых диспе сии этих участков. В слабых полях $H < H_0$ ход экспериментальных крив определяется, повидимому, средним участком образца при незначительн еще влиянии торцовых участков. В этих полях ферромагнитный резона происходит при более однородных условиях, что соответствует меньш частоте релаксации, вследствие чего экспериментальные точки ид ниже теоретической кривой. Частота релаксации, определенная из эк периментальных кривых по положению экстремумов (поля H_0 и H определяет некоторое среднее значение частоты релаксации. Это значен правильно определяет положения максимумов кривых $\mu_к$ и $\mu_п$, однако о меньше того, которое необходимо для описания хода кривой резонансно поглощения (для $H > H_0$) и кривой дисперсии. В то же время оно боль значения частоты релаксации, соответствующего ходу кривой поглощен для $H < H_0$. Совершенно ясно, что одним значением частоты релаксац и одним значением размагничивающего фактора нельзя определить пол ченные экспериментальные кривые, которые, как следует из рассмотрен условий резонанса в образце, должны подчиняться другим закономер стям, учитывающим неоднородность условий резонанса для различн участков образца и взаимодействие этих участков друг с другом.

Уменьшение магнитных проницаемостей с ростом размагничивающ фактора, отмеченное выше при сравнении теоретических кривых и экспе ментальных данных, также объясняется тем, что с ростом N_z увели ваются размагничивающие поля и их неоднородность (до определенн предела), и это ведет к большему различию условий резонанса в различн участках образца, т. е. к уменьшению общего магнитного момента, сле вательно, и магнитных проницаемостей. Данные, приведенные в табл и на рис. 8, *а*, *б* и *в*, показывают, что частота релаксации и расхожде экспериментальных точек с теоретическими кривыми возрастает зна тельно сильнее при переходе от образца № 1 к образцу № 2, в то время экспериментальные данные для образцов № 2 и № 3 близки друг к дру Эти особенности полученных результатов, очевидно, связаны с тем, влияние размагничивающих полей определяется не только величин но также и степенью неоднородности их: при переходе от образца к образцу № 3 размагничивающее поле возрастает на 100 Ое, а при пе ходе от образца № 1 к образцу № 2 — на 70 Ое, но, повидимому, неод родность полей в образцах № 2 и № 3 мало отличается друг от друга, время как в образце № 1 размагничивающие поля значительно более породны, чем в образце № 2. Это подтверждается хорошим совпаде экспериментальных точек с теоретическими кривыми для образца Анализ экспериментальных данных и их сравнение с теоретическими к выми, а также рассмотрение условий ферромагнитного резонанса при личии неоднородных размагничивающих полей приводят к выводу, наиболее достоверные данные для хромистого пермаллоя получены образце № 1. Средние результаты для пяти измерений на этом обра дают:

$$H_0 = 190 \pm 2 \text{ Oe}$$
$$H_2 = 325 \pm 5 \text{ Oe}.$$

шибка при измерении ω меньше 0,5%, для $4\pi J_s$ — порядка 1%. В ре-
ультате получим:

$$g = 2{,}16 \pm 0{,}05,$$
$$1/T = (5{,}0 \pm 0{,}5) \cdot 10^9 \text{ сек}^{-1}.$$

риведенные выше особенности влияния неоднородных размагничиваю-
щих полей на форму кривых поглощения и дисперсии — преимуществен-
ое расширение их в сторону сильных полей — отличаются от влияния дру-
их причин, создающих неоднородные условия резонанса в различных
частках образца. В качестве примера влияния неоднородных упругих
апряжений мы рассмотрим аналогичные результаты для электролитиче-
кого никеля. Экспериментальные данные получены на той же установке

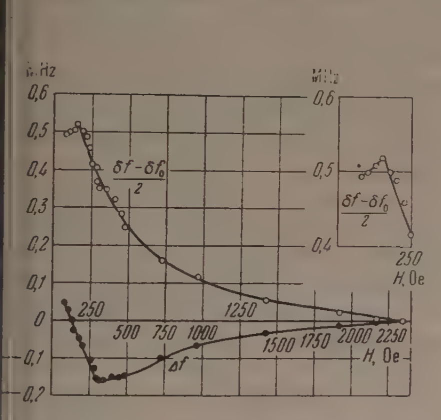


Рис. 9. То же, что и на рис. 5, но для электролитического никеля: $N_z = 0$, $g = 2{,}20$, $1/T = 5{,}4 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$

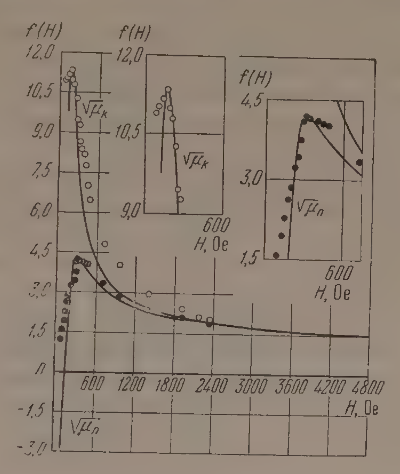


Рис. 10. То же, что на рис. 8, но для электролитического никеля $N_z = 0$, $g = 2{,}20$, $1/T = 5{,}4 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$

цилиндрическим резонатором, на боковую стенку которого электро-
итическим путем был нанесен слой никеля. После нанесения никеля бо-
овые стенки были подвергнуты механической полировке и толщина ни-
еля была доведена до 0,03 мм ($N_z = 0{,}009$). На рис. 9 и 10 приведены
кспериментальные кривые и сравнение экспериментальных данных с тео-
етическими кривыми. Характерным для рис. 10 является расширение
кспериментальной кривой $\sqrt{\mu_к}$ по обе стороны максимума теоретической
ривой. Кривая дисперсии также значительно шире теоретической кривой
о обе стороны от своего максимума. Такое расширение эксперименталь-
ых кривых связано с наличием неоднородных упругих напряжений в об-
азце, т. е. с различными условиями резонанса в участках образца. Ос-
овной ход экспериментальных кривых определяется, повидимому, уча-
тками образца с некоторым средним уровнем упругих напряжений.
Для участков образца, имеющих меньшие и бо́льшие упругие напряжения,
словия резонанса возникают во внешних полях, которые меньше или
ольше, чем резонансное поле основного участка. Наложение кривых по-
лощения этих участков слева и справа от кривых основного участка со-
дает расширение экспериментальных кривых в сторону как сильных,
ак и слабых постоянных магнитных полей. На расширении эксперимен-
альных кривых сказывается также и взаимодействие участков с различ-
ыми условиями резонанса. Для электролитического никеля получены
анные: $g = 2{,}20 \pm 0{,}05$; $1/T = (5{,}4 \pm 0{,}5) \cdot 10^9$ сек$^{-1}$.

Приведенные экспериментальные данные, сравнение их с теоретическими кривыми и анализ условий ферромагнитного резонанса при наличии неоднородных размагничивающих полей дает возможность сделать следующие выводы:

1. Наличие неоднородных размагничивающих полей приводит к резкому искажению кривых резонансного поглощения и дисперсии. Характерным для этого искажения является преимущественное расширение этих кривых в сторону сильных полей.

2. С ростом размагничивающих полей резко уменьшается диапазон изменения магнитных проницаемостей.

3. С ростом размагничивающих полей возрастает частота релаксации.

4. Фактор расщепления g в пределах точности измерений практически остается постоянным для образцов с различными значениями размагничивающего фактора.

5. Экспериментальные кривые для образцов с неоднородными размагничивающими полями не могут быть охарактеризованы обычными параметрами ферромагнитного резонанса, в частности одним значением времени релаксации и одним значением размагничивающего фактора.

6. Экспериментальные данные показывают, что сравнение теоретических и экспериментальных значений времен релаксации должно проводиться с более тщательным анализом условий эксперимента, в частности неоднородных условий резонанса в образце.

7. Искажения кривых поглощения и дисперсии определяются не только величиной размагничивающих полей, но и степенью их неоднородности. Искажения начинают возникать в случае, когда размагничивающие поля соизмеримы с резонансным полем. Очевидно, что при работе с материалом, для которого может быть получен максимум $\mu_п$, эти искажения скажутся, если размагничивающие поля будут соизмеримы с полем, соответствующим этому максимуму.

8. Широкое применение ферритов в технике сверхвысоких частот часто основывается на использовании явления ферромагнитного резонанса. В целом ряде устройств существенны наибольший диапазон изменения магнитных проницаемостей ферритного элемента и скорость изменения этих проницаемостей с изменением внешнего магнитного поля. Данные, полученные в настоящей работе, показывают, что для достижения наилучших результатов с определенным ферритом необходимо придавать ему форму, для которой неоднородность размагничивающих полей была бы минимальной.

Настоящая работа выполнена под руководством С. Д. Гвоздовера, которому автор приносит свою благодарность.

Физический факультет
Московского гос. университета
им. М. В. Ломоносова

Цитированная литература

1. Аркадьев В. К., ЖРФХО, **44**, 165 (1912).
2. Аркадьев В. К., ЖРФХО, ч. физ., **45**, 302 (1913).
3. Kittel C., Phys. Rev., **73**, 155 (1948).
4. Kittel C., J. de phys. et rad., **12**, 291 (1951).
5. Van Vleck J. H., Physica, **17**, 234 (1951).
6. Bloembergen N., Phys. Rev., **78**, 572 (1950).
7. Аркадьев В. К., Электромагнитные процессы в металлах, ч. II.— Энергоиздат., М., 1938.
8. Sproull R. L., Linder E. G., PIRE, **34**, 5 (1946).
9. Пильщиков А. И., ЖЭТФ, **29**, 6 (1955).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

А. И. ПИЛЬЩИКОВ, З. Д. ТРИШИНА и Т. А. ЗВЕРЕВА

ЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС ПРИ НЕОДНОРОДНЫХ УСЛОВИЯХ

1. ВВЕДЕНИЕ

Теоретические расчеты [1, 2] условий ферромагнитного резонанса монокристалле дали возможность учесть влияние магнитной кристалло- рафической анизотропии, однородных упругих напряжений и однородных азмагничивающих полей и показали существенную зависимость от этих ричин условий резонанса.

Влияние магнитной анизотропии и однородных размагничивающих олей на условия резонанса изучалось в ряде экспериментальных работ 1, 3, 4], результаты которых хорошо согласуются с теоретическими рас- етами.

При исследовании ферромагнитного резонанса в поликристаллических бразцах ориентация кристаллографических осей по отношению к внеш- ему магнитному полю, внутренние размагничивающие поля и упругие апряжения не одинаковы для различных участков образца. Это создает еоднородные условия резонанса в объеме образца, благодаря чему форма ривых резонансного поглощения и дисперсии, а также эксперименталь- ые значения параметров ферромагнитного резонанса существенно изме- яются.

Исследование влияния неоднородных условий дает возможность вы- снить особенности ферромагнитного резонанса в поликристаллических бразцах и в значительной мере уточнить представления о механизме яв- ения, в частности вопрос о причинах, определяющих ширину кривой езонансного поглощения.

Наличие неоднородных размагничивающих полей образца является дной из существенных причин, обусловливающих неодинаковые условия езонанса. В работе [5] было выяснено влияние неоднородных размаг- ичивающих полей на форму кривых резонансного поглощения и диспер- ии, на экспериментальные значения фактора расщепления и времени ре- аксации. Было показано, что кривые поглощения и дисперсии с ростом азмагничивающего фактора расширяются преимущественно в сторону ильных полей. С этим расширением связано значительное увеличение кспериментального значения частоты релаксации. Определенной зави- имости фактора расщепления, определяемого по экспериментальным дан- ым, от размагничивающего фактора не наблюдалось. Диапазон изменения агнитных проницаемостей в области ферромагнитного резонанса умень- ается с ростом размагничивающего фактора.

Указанные выше особенности ферромагнитного резонанса необходимо читывать при сопоставлении экспериментальных данных с результатами оретических расчетов, а также при конструировании аппаратуры с рромагнетиками (в частности ферритами работающими на сверхвысо- их частотах.

Первые экспериментальные результаты о влиянии неоднородных раз- агничивающих полей были получены на трех образцах пермаллоя НХС-80 5]. Образцы были сделаны из лент различной толщины и имели различ- ые магнитные свойства в постоянных полях. Небольшое количество об-

разцов и различие в их свойствах не позволило более определенно уста-новить зависимость параметров ферромагнитного резонанса от размаг-ничивающего фактора. Поэтому одной из задач настоящей работы явля-лось исследование влияния неоднородных размагничивающих полей на образцах с одинаковыми свойствами с целью установить характер зави-симости параметров ферромагнитного резонанса от размагничивающего фактора и более определенно проследить изменение кривых поглощения и дисперсии.

При наличии неоднородных размагничивающих полей поведение кривых поглощения и дисперсии в области полей, меньших резонансного имеет некоторые особенности [5]: в этой области полей кривые расши-ряются значительно меньше, чем в сильных полях, минимум кривой дис-персии значительно острее и ниже максимума, кривая поглощения идет круче, чем со стороны сильных полей. Указанные особенности ферромаг-нитного резонанса связаны с тем, что в слабых полях кривые поглощения и дисперсии в основном определяются средними участками образца с наиболее однородными условиями резонанса. Торцовые участки образца для таких полей далеки от резонанса, и их воздействие на средний уча-сток мало́.

Кроме этой причины, ход кривых в слабых полях определяется еще повидимому, тем, что ферромагнетик в этих полях не намагничен до насы-щения.

Первая причина приводит к тому, что ход кривой ферромагнитного ре-зонанса для этой области полей соответствует меньшей частоте релаксации чем ход этих кривых в сильных полях. Выяснение влияния второй причины связано с изучением резонанса в ферромагнетике, намагниченном не до насыщения, что представляет самостоятельный интерес. Изучение ферро-магнитного резонанса при наличии неоднородных размагничивающих по-лей, больших чем резонансное поле, дает возможность выяснить некоторые особенности явления в ферромагнетике, не достигшем насыщения. Этот вопрос удобнее исследовать на материалах с большой намагниченностью так как при сравнительно приемлемых размерах можно создать сильные размагничивающие поля.

Настоящая работа была проведена с образцами из пермаллоев НХС 80 и 50-Н. Пермаллой НХС-80 имеет сравнительно небольшую намагни-ченность насыщения (для него $4\pi J_s = 6770$ Gs), поэтому из него можно изготовить серию образцов с размагничивающими полями, начиная от срав-нительно малых, значительно меньших, чем резонансное действующее поле, до образцов с размагничивающими полями, соизмеримыми с дейст-вующим резонансным полем. На образцах пермаллоя НХС-80 проводи-лись измерения с целью уточнения экспериментальных результатов работы [5] о влиянии неоднородных размагничивающих полей на форму кривых ферромагнитного резонанса и выяснения зависимости экспериментальных значений фактора расщепления и частоты релаксации от размагничиваю-щего фактора.

Влияние сильных размагничивающих полей изучалось на образцах пермаллоя 50-Н, который имеет большую намагниченность насыщения (для него $4\pi J_s = 15$ kGs).

Измерения проводились с образцами в виде тонкостенных цилиндров. Образцы помещались коаксиально в полость цилиндрического резонатора в котором возбуждались колебания типа E_{010}. Основными измеряемыми величинами являлись изменения добротности и резонансной частоты из-мерительного резонатора с помещенным в него образцом в зависимости от постоянного магнитного поля. Экспериментальная установка, мето-дика измерений и обработки экспериментальных данных описаны в ра-ботах [5, 6].

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Пермаллой НХС-80

Размеры исследованных образцов и значения размагничивающего актора для них приведены в табл. 1.

Все образцы, кроме первого, вырезались из одной и той же ленты и е вместе проходили отжиг в вакууме [5]. Образец № 1 с наименьшим азмагничивающим фактором взят ругой толщины, так как при $a = 0,05$ ысота у образца с $N_z = 0,025$ слиш-ом велика. Этот образец взят в ка-естве контрольного. Исходные экспе-иментальные данные в виде зави-имости изменения полуширины резо-ансной кривой $\left(\frac{\delta f - \delta f_0}{2}\right)$ и ухода езонансной частоты (Δf) измеритель-ого резонатора от постоянного маг-итного поля по отношению к их зна-ениям при максимальном поле даны ля образцов № 2 и 5 на рис. 1. На рафиках проведена вертикальная унктирная линия, соответствующая $= N_z J_s$. На рис. 2 на одном графике даны зависимости тех же вели-ин от действующего поля $(H - N_z J_s)$ для всех образцов пермаллоя НХС-80.

Таблица 1

Значения размагничивающего фактора для образцов из пермаллоя НХС-80*

№ образца	Размеры образцов		N_z
	a, мм	c, мм	
1	0,02	10	0,025
2	0,05	10	0,063
3	0,05	6	0,105
4	0,05	4	0,155
5	0,05	2	0,305

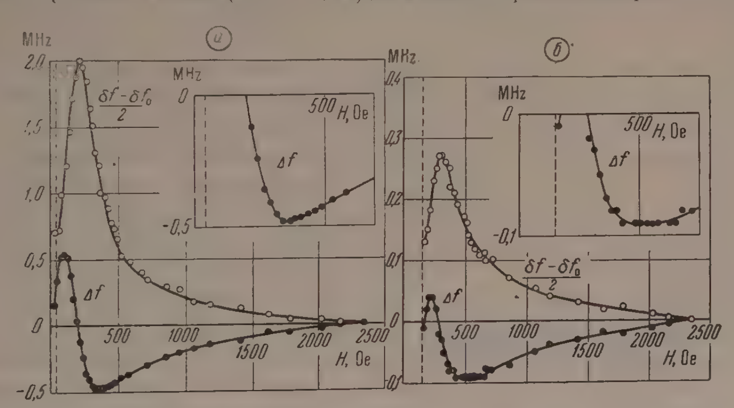


Рис. 1. Экспериментальные зависимости затухания и ухода резонансной частоты измерительного резонатора с образцами из пермаллоя НХС-80 от внешнего поля: *а* — образец № 2 ($N_z = 0,063$), *б* — образец № 5 ($N_z = 0,305$)

начения параметров ферромагнитного резонанса (γ, g и T) рассчиты-ались по значениям поля, которые соответствуют максимуму затухания минимуму ухода резонансной частоты. Для расчета были использо-аны соотношения [6]:

$$\gamma^2 = -\frac{q}{2p^2} + \frac{1}{p}\sqrt{\frac{q^2}{3p^2} + \omega^2}, \tag{1}$$

$$\frac{1}{T} = \gamma^2 p, \tag{2}$$

* a — толщина стенки цилиндрического образца, c — высота образца, N_z — раз-агничивающий фактор вдоль оси Z образца (направление постоянного магнитного поля).

где

$$p = \frac{(H_2 - H_0)\,[H_2 + H_0 + (N_x + N_y - 2N_z)\,J_s]}{2\sqrt{3}\,\omega}, \qquad (3$$

$$q = [H_0 + (N_x - N_z)\,J_s]\,[H_0 + (N_y - N_z)\,J_s]. \qquad (4$$

При расчете частоты релаксации была введена поправка:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T'}\left(1 - 4{,}25\,\frac{\omega}{\omega_{1k}^2 T'}\right),$$

где $1/T'$ — значение частоты релаксации, вычисленное по (2),

$$\omega_{1k}^2 = \omega_1^2 /_{H=H_0},$$

а

$$\omega_1^2 = 4\pi\gamma^2 J_s\,[H + (N_y - N_z)\,J_s].$$

В этих формулах в дальнейшем изложении приняты обозначения ω — круговая частота высокочастотного магнитного поля, J_s — намагниченность насыщения, H_0 — значение внешнего постоянного магнитного поля, соответствующее максимуму затухания (максимум $\mu_к$); H_1, H_2 — значени внешнего магнитного поля, соответствующие максимуму и минимуму ухода резонансной частоты (первый и второй максимум $\mu_п$), γ — гиромагнитное отношение, g — фактор расщепления, T — время поперечной релаксации, $\mu_к$ — эффективная магнитная проницаемость по коэффициенту поглощения, $\mu_п$ — эффективная магнитная проницаемость по показателю преломления, $\mu' = \mu - j\rho'$ — комплексна магнитная проницаемость вещества, N_x, N_y, N_z — размагничивающие факторы по соответствующим осям (ось Z совпадае с направлением постоянного магнитного поля, ось X — с направлением высокочастотног магнитного поля).

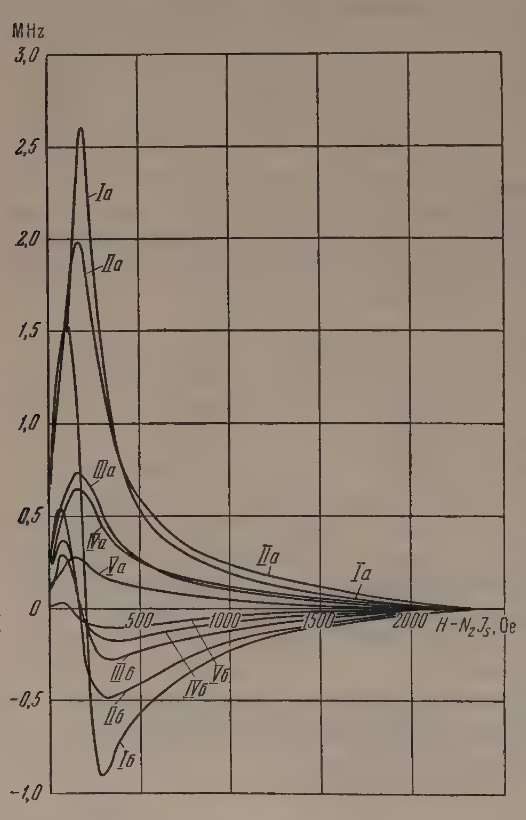


Рис. 2. Экспериментальные зависимости затухания и ухода резонансной частоты измерительного резонатора от действующего поля $(H - N_z J_s)$ для пяти образцов пермаллоя НХС-80. Римская нумерация кривых соответствует арабской нумерации образцов в табл. 1; буквой *а* обозначены кривые затухания, буквой *б* — кривые ухода резонансной частоты. Значения N_z для образцов см. в табл. 1

Исходные экспериментальные данные и результаты расчетов параметров ферромагнитного резонанса приведены табл. 2. Сравнение экспериментальных кривых рис. 1 и 2 данных, приведенных в табл. 2 показывает, что с ростом размагничивающего фактора кривы поглощения и дисперсии расширяются преимущественно сторону сильных полей. Максимум кривой затухания смещается в сторону сильных полей, но, как видно из табл. 2, действующее поле $(H - N_z J_s)$ с ростом N_z уменьшается. Миниму ухода резонансной частоты смещается в сторону сильных поле

Таблица 2

сходные экспериментальные данные и результаты расчетов параметров ферромагнитного резонанса для образцов пермаллоя НХС-80*

№ образца	N_z	$N_z J_s$, Oe	$\omega \cdot 10^{10}$, радиан сек$^{-1}$	H_1, Oe	H_0, Oe	H_2, Oe	$H_0 - N_z J_s$, Oe	$H_0 - H_1$, Oe	$H_2 - H_0$, Oe	$\gamma \cdot 10^{-6}$, Hz Oe^{-1}	g	$\frac{1}{T} \cdot 10^{-8}$, сек$^{-1}$
1	0,025	13	2,04	125	195	293	182	70	98	17,9	2,05	3,0
2	0,063	34	2,03	100	195	352	161	95	157	18,4	2,10	5,3
3	0,105	56	2,05	145	208	385	152	63	177	19,0	2,15	6,3
4	0,155	84	2,05	145	232	448	148	87	216	19,2	2,20	7,7
5	0,305	165	2,05	245	304	530	139	59	226	19,3	2,20	8,1

начительно больше, чем максимум затухания, $H_2 - H_0$ увеличивается. ривые затухания для образцов № 4 и 5 для полей $H < H_0$ идут круче, м для полей $H > H_0$. В области минимума кривые ухода резонансной істоты в слабых полях $H < H_2$ также идут круче, чем в сильных полях $> H_2$. Максимумы ухода резонансной частоты значительно острее минимумов.

Расширение кривых поглощения и дисперсии и более сильное смещение минимума ухода резонансной частоты в сторону сильных полей по авнению со смещением максимума поглощения определяет собой рост стоты релаксации с ростом размагничивающего фактора (табл. 2).

Все эти изменения формы экспериментальных кривых с ростом размагничивающего фактора совпадают с аналогичными результатами, полученми в работе [5]. Результаты, полученные в настоящей работе, более ределенно выявляют изменения действующего поля с ростом N_z.

По экспериментальным значениям γ и T нами были рассчитаны теоретиские значения μ, ρ', $\mu_п$ и $\mu_к$ для различных значений постоянного магтного поля. Сравнение теоретических кривых $\sqrt{\mu_п}$ и $\sqrt{\mu_к}$ с экспериментльными данными приведено для образцов № 2, 4 и 5 на рис. 3.

Если для образцов № 1 и 2 имеется сравнительно хорошее совпадение спериментальных точек с теоретическими кривыми, за исключением ласти минимума дисперсионной кривой, то для остальных образцов блюдается значительное расхождение между ними: для кривых поглония экспериментальные точки в полях $H > H_0$ лежат выше теоретиких кривых, а для $H < H_0$ ниже; в области $H_0 < H < H_2$ для образцов 3 и 4 экспериментальные точки лежат ближе к теоретической кривой сперсии, чем в полях $H > H_2$. Для всех кривых наблюдается смещение спериментальных точек по отношению к теоретическим кривым в сторону льных полей.

Диапазон изменения магнитных проницаемостей с ростом размагниваающего фактора уменьшается.

В работе [5] указанные особенности кривых ферромагнитного резонса были объяснены неодинаковыми условиями резонанса в образце, торые обусловлены наличием неоднородных размагничивающих полей. астки образца, расположенные в средней его части, как отмечалось в [5], ходятся в более слабых размагничивающих полях, чем участки, расположенные около торцов. Благодаря этому условия резонанса в средних астках наступают при более слабых полях, чем в торцовых участках, приводит к расширению кривых в сторону сильных полей. На расшиии кривых сказывается также взаимодействие участков с различными ловиями резонанса.

* Для исследованных образцов $4\pi J_s = 6770$ Gs.

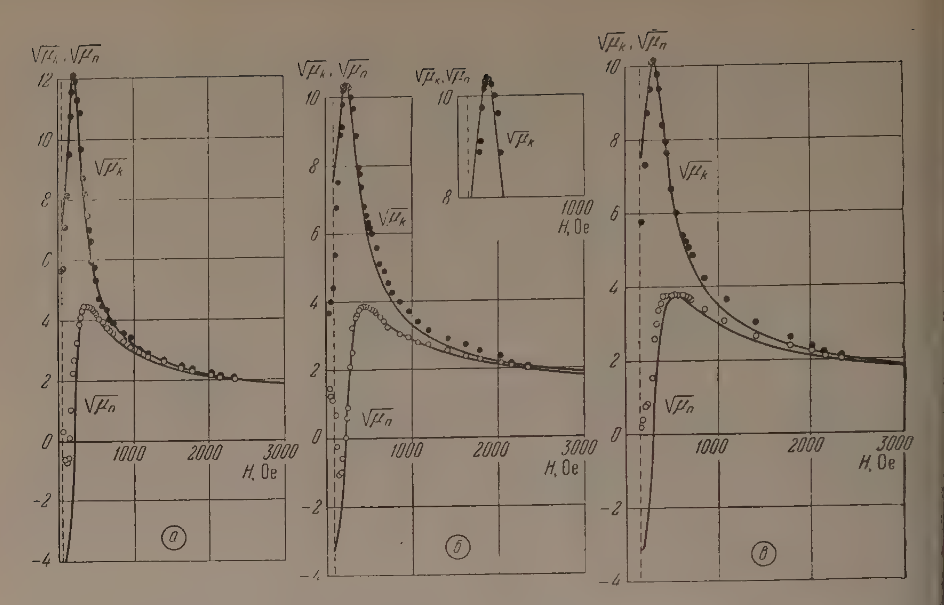


Рис. 3. Сравнение экспериментальных значений $\sqrt{\mu_п}$ и $\sqrt{\mu_к}$ (даны точками) с теоретическими кривыми для трех образцов пермаллоя НХС-80: *а* — образец № 2, $N_z = 0{,}063$, $g = 2{,}10$, $1/T = 5{,}3 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$; *б* — образец № 4, $N_z = 0{,}155$, $g = 2{,}20$, $1/T = 7{,}7 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$; *в* — образец № 5, $N_z = 0{,}305$, $g = 2{,}20$, $1/T = 8{,}1 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$

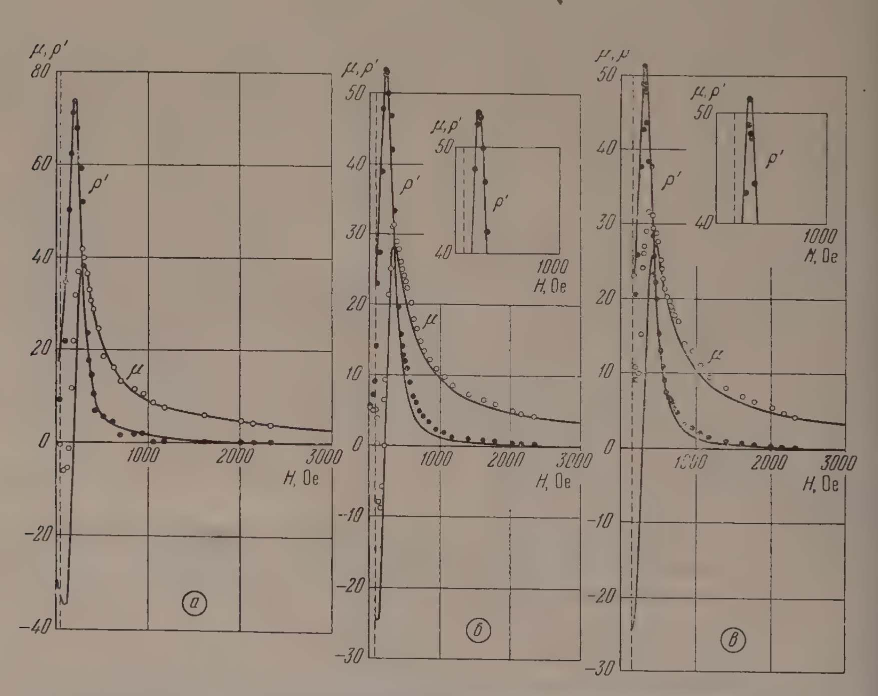


Рис. 4. Сравнение экспериментальных значений магнитных проницаемостей вещества μ и ρ' с теоретическими кривыми для тех же образцов пермаллоя, что даны на рис. 3

Учитывая эти причины, в [5] один из авторов дал качественное объяснение искажения формы экспериментальных кривых, роста частоты релаксации и уменьшения диапазона изменения магнитных проницаемостей с увеличением размагничивающего фактора, которые полностью относятся к результатам, приведенным здесь на рис. 3.

Следует отметить, что для образца № 5 имеются некоторые особенности в расположении экспериментальных и теоретических кривых. В области максимума $\sqrt{\mu_к}$ имеется сравнительно хорошее совпадение экспериментальных точек с теоретической кривой, но в области сильных полей они, так же как и для других образцов, лежат выше. В области максимума $\sqrt{\mu_п}$ экспериментальные точки лежат на расширенной как в сторону сильных, так и в сторону слабых полей кривой.

На рис. 4 приведены теоретические кривые и экспериментальные точки для магнитных проницаемостей вещества μ и ρ' образцов № 2, 4, 5 хромистого пермаллоя. Так же как и для эффективных проницаемостей, экспериментальные точки здесь хорошо совпадают с теоретическими кривыми для образцов № 1 и 2 с малыми размагничивающими факторами. Для образцов с бо́льшими размагничивающими факторами (образцы № 3 и 4) имеется значительное смещение экспериментальных точек в сторону сильных полей. Расхождение экспериментальных точек с теоретическими кривыми для эффективных магнитных проницаемостей ($\mu_п$, $\mu_к$) и для проницаемостей вещества (μ, ρ') имеет один и тот же характер.

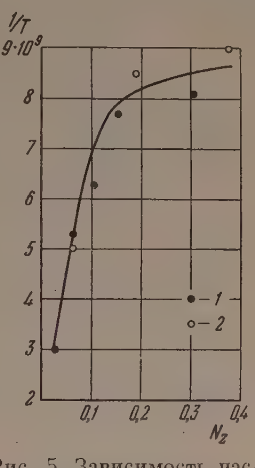


Рис. 5. Зависимость частоты релаксации от размагничивающего фактора для хромистого пермаллоя: *1* — экспериментальные точки, полученные по результатам данной работы; *2* — экспериментальные точки по результатам работы [5]

Для образца № 5 с наибольшим размагничивающим фактором экспериментальные точки μ слева от максимума смещены в сторону слабых полей значительно сильнее, чем точки справа смещены в сторону сильных полей. Причины, обусловливающие эти особенности результатов для образца № 5, станут ясными из рассмотрения результатов, полученных на пермаллое 50-Н.

Данные, полученные на образцах хромистого пермаллоя, позволяют установить характер зависимости частоты релаксации от размагничивающего фактора. На рис. 5 приведена эта зависимость, причем мы использовали также данные для образцов, исследованных в работе [5]. Сопоставление результатов, полученных в настоящей работе и в работе [5], показывает, что они дают одинаковый ход зависимости частоты релаксации от размагничивающего фактора. Характер зависимости дается кривой, приведенной на рис. 5. Как видно из рисунка, частота релаксации быстро возрастает с ростом размагничивающего фактора в области малых N_z и, начиная с $N_z \approx 0{,}15$, этот рост идет значительно медленнее. Для того чтобы уяснить причины, определяющие такой ход частоты релаксации в зависимости от N_z, следует иметь в виду, что влияние размагничивающих полей на ферромагнитный резонанс определяется как величиной, так и степенью неоднородности этих полей. Существенный вывод, который может быть сделан из кривой рис. 5, сводится к тому, что наличие даже сравнительно слабых размагничивающих полей очень сильно влияет на частоту релаксации. Действительно, для образцов № 1—3 размагничивающие поля значительно слабее действующего поля, однако частота релаксации сильно возрастает с увеличением N_z. Это связано, повидимому, с ростом неоднородности размагничивающих полей. Рост частоты релаксации при переходе от образца № 3 к образцу № 4 связан, видимо, с ростом размагничивающего поля и его неоднородности. Для образцов № 4 и 5 зна-

чения N_z различаются почти в два раза, размагничивающие поля соизмеримы с действующим полем, но частота релаксации возрастает незначительно. Повидимому, несмотря на рост размагничивающих полей неоднородность их изменяется значительно меньше, и это приводит к сравнительно медленному увеличению частоты релаксации с ростом размагничивающего фактора.

Фактор расщепления g образцов с различными N_z изменяется значительно меньше, но, как видно из табл. 2, намечается тенденция к росту экспериментального значения g с увеличением размагничивающего фактора. Причина, определяющая это возрастание фактора расщепления, не ясна.

Пермаллой 50-Н

На образцах пермаллоя 50-Н мы изучали влияние очень сильных размагничивающих полей ($N_zJ_s > H_0 - N_zJ_s$), дающих возможность создать условие резонанса в образце, не достигшем намагниченности насыщения. Поэтому образцы были выбраны с большими значениями размагничивающего фактора (табл. 3).

Таблица 3

Значения размагничивающего фактора для образцов из пермаллоя 50-Н

№ образца	Размеры образцов		N_z
	a, мм	c, мм	
1	0,11	10	0,14
2	0,22	10	0,275
3	0,21	5	0,505

На рис. 6 даны экспериментальные кривые для двух образцов (№ 2 и 3), а в табл. 4 — исходные данные и результаты расчетов параметров ферромагнитного резонанса.

Форма экспериментальных кривых у пермаллоя 50-Н изменяется с ростом размагничивающего фактора так же, как и у хромистого пермаллоя. Однако кривые для образца с наибольшим значением размагничивающего фактора ($N_z = 0{,}505$) несколько отличаются от кривых для других образцов: кривая поглощения имеет более острый максимум, чем можно было ожидать по ходу кривой в сильных полях, минимум кривой ухода резонансной частоты очень расплывчатый. Экспериментальное значение фактора расщепления для этого образца значительно меньше 2 ($g = 1{,}50$).

Таблица 4

Исходные экспериментальные данные и результаты расчетов параметров ферромагнитного резонанса для образцов пермаллоя 50-Н

N_z	N_zJ_s, Oe	$\omega \cdot 10^{-10}$, радиан сек$^{-1}$	H_0, Oe	H_2, Oe	$H_0 - N_zJ_s$, Oe	$H_2 - H_0$, Oe	$\gamma \cdot 10^{-6}$, Hz Oe^{-1}	g	$\frac{1}{T} \cdot 10^{-9}$, сек$^{-1}$
0,14	167	2,04	205	420	38	215	18,1	2,06	15,0
0,275	325	2,04	337	595	12	258	18,6	2,12	18,5
0,505	602	2,05	614	1150	12	536	13,2	1,50	19,0

Так же, как и для хромистого пермаллоя, для образцов пермаллоя 50-Н нами были рассчитаны теоретические значения μ, ρ', $\mu_п$ и $\mu_к$ по значениям γ и T, приведенным в табл. 4. На рис. 7 дано сравнение экспериментальных значений $\sqrt{\mu_п}$ и $\sqrt{\mu_к}$ с теоретическими кривыми. Если для образцов с $N_z = 0{,}14$ и $N_z = 0{,}275$ отклонения экспериментальных точек от теоретических кривых такие же, как для образцов хромистого

рмаллоя (рис. 3), то для образца с $N_z = 0{,}505$ расхождения имеют сколько другой характер. На рис. 7, *в* хорошо заметно, что экспери-

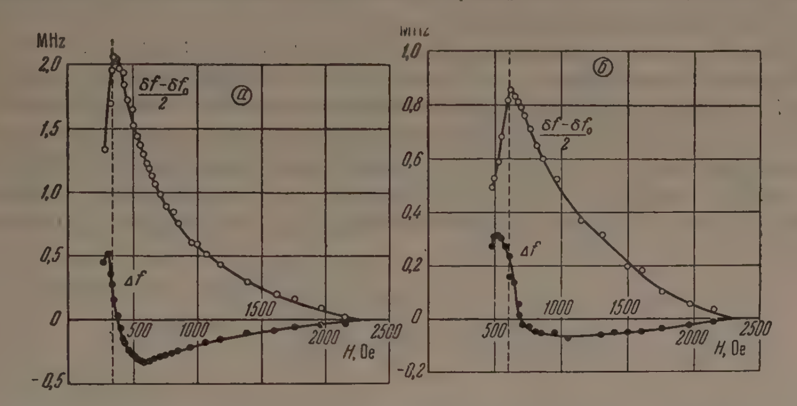


Рис. 6. Экспериментальные зависимости затухания и ухода резонансной частоты измерительного резонатора с образцами из пермаллоя 50-Н от внешнего магнитного поля: *а* — образец № 2 ($N_z = 0{,}275$), *б* — образец № 3 ($N_z = 0{,}505$)

Рис. 7. Сравнение экспериментальных значений $\sqrt{\mu_п}$ и $\sqrt{\mu_к}$ с теоретическими кривыми для образцов пермаллоя 50-Н: *а* — образец № 1, $N_z = 0{,}14$, $g = 2{,}06$, $1/T = 14{,}9 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$; *б* — образец № 2, $N_z = 0{,}275$, $g = 2{,}12$, $1/T = 18{,}5 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$; *в* — образец № 3, $N_z = 30{,}505$, $g = 1{,}5$, $1/T = 18{,}9 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$

ентальные точки для $H > H_0$ вблизи максимума поглощения идут ниже еоретической кривой и только для $H > 1000$ Oe они идут выше. В обасти максимума кривой дисперсии для $H < H_2$ экспериментальные точки

резко смещены в сторону слабых полей по отношению к теоретическо[й] кривой. Справа от этого максимума экспериментальные точки лежа[т] близко к теоретической кривой.

На рис. 8 дано сравнение экспериментальных значений магнитны[х] проницаемостей вещества μ и ρ' с теоретическими кривыми. Для образц[ов] № 1 и 2 наблюдается смещение экспериментальных точек ρ' (для $H > H$[…]) и μ (для $H > H_2$) в сторону сильных полей. Для образца № 3 (рис. 8,[б]) экспериментальные точки μ и ρ' в диапазоне полей $H_0 < H < H_2$ смеще[н]ны в сторону слабых полей, а для полей $H > H_2$ — в сторону сильных по[]лей. При этом положение экспериментального максимума μ смещено п[о]

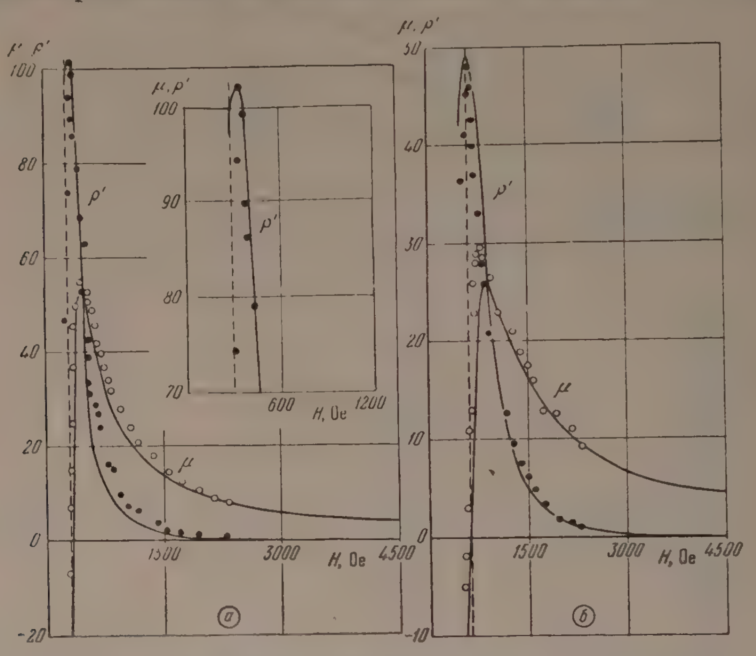


Рис. 8. Сравнение экспериментальных значений магнитных проницаемостей вещества μ и ρ' (даны точками) с теоретическими кривыми для образцов пермаллоя 50-Н: *а* — образец № 2, $N_z = 0{,}275$, $g = 2{,}12$, $1/T = 18{,}5 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$; *б* — образец № 3, $N_z = 0{,}505$, $g = 1{,}5$, $1/T = 18{,}9 \cdot 10^9$ сек$^{-1}$

отношению к максимуму теоретической кривой в сторону слабых поле[й]. Аналогичные расхождения экспериментальных и теоретических данны[х] были отмечены для образца № 5 хромистого пермаллоя (рис. 3, *б* и 4, *б*). Особенно заметен одинаковый характер этих расхождений в области ма[к]симума кривых дисперсии $\sqrt{\mu_{\text{п}}}$ и μ. Такой характер отклонения экспе[]риментальных точек от теоретических кривых объясняется тем, что [в] области полей до максимума кривой дисперсии образец намагничен [не] до насыщения.

Расчет теоретических кривых был проведен в предположении, что дл[я] всех полей $H > H_z J_s$ достигнуто насыщение ($J = J_s$). Поэтому для да[н]ного внешнего поля теоретическое значение действующего поля (H — $N_z J_s$) было меньше истинного значения действующего поля ($H — N_z J$), которое существовало в образце при измерениях. При построении теор[е]тических кривых и экспериментальных точек значения магнитных прон[и]цаемостей, полученные из расчета, и экспериментальные их значения о[т]носились к одному и тому же значению внешнего поля, в то время ка[к] действующие поля были различны. Кроме этого, в области полей $H <$ [...] намагниченность не остается постоянной, а убывает с уменьшением внеш[]него магнитного поля. Это обстоятельство приводит к тому, что экспер[]

ентальные значения магнитных проницаемостей меньше теоретических изменяются быстрее их.

Для полей $H_0 < H < H_2$ намагниченность образца меняется сравнительно слабо, поэтому смещение экспериментальных точек определяется основном расхождением теоретического и экспериментального значений действующего поля. Для полей $H < H_0$ существенную роль играет изменение намагниченности образца. Благодаря этому экспериментальные точки $\sqrt{\mu_к}$ и ρ' в этой области полей идут ниже теоретических кривых, экспериментальные значения $\sqrt{\mu_п}$ и μ по абсолютной величине меньше теоретических. Следует отметить, что экспериментальные значения магнитных проницаемостей получены расчетом, в котором экспериментальные значения соответствующих эффективных магнитных проницаемостей приравниваются к теоретическим в двух точках. Этими точками являются максимумы кривых и точки, соответствующие максимальному значению внешнего магнитного поля. Благодаря этому максимумы теоретических и экспериментальных кривых совпадают по величине, на самом же деле они должны различаться, так как намагниченность в образцах не равна намагниченности насыщения.

Для более определенного сопоставления экспериментальных данных ходом теоретических кривых необходимо пользоваться кривой намагниченности образца, точнее, зависимостью намагниченности от внешнего постоянного поля при намагничивании образца вдоль оси. При анализе кривых дисперсии для пермаллоя НХС-80, полученных в настоящей работе в работе [5], отмечалось, что минимум дисперсионной кривой острее максимума и что абсолютное значение магнитной проницаемости меньше, чем в максимуме. Как видно из приведенного выше рассмотрения, это обусловлено тем, что ферромагнетик для этих полей не достигает намагниченности насыщения.

Необычайно низкое значение фактора расщепления для образца № 3 пермаллоя 50-Н связано с тем, что расчет его велся по $J = J_s$, в то время как положение максимума поглощения определялось для $J < J_s$.

Для полей $H > H_2$ образец, повидимому, намагничивается до насыщения, и смещение экспериментальных точек относительно теоретической кривой в сторону сильных полей объясняется наличием неоднородных размагничивающих полей, так же как для других образцов. Кроме этого, экспериментальные максимумы, как указывалось выше, меньше теоретических, однако они приравнены к теоретическим, и благодаря этому все точки экспериментальных кривых идут выше, чем им полагается.

Физический факультет
Московского гос. университета
им. М. В. Ломоносова

Цитированная литература

Kittel G., Phys. Rev., 73, 155 (1948).
Macdonald J. R., Proc. Phys. Soc., 64, 968 (1951).
Kip A. F., Arnold R. D., Phys. Rev., 75, 1556 (1949).
Bickford L. R., Phys. Rev., 78, 449 (1950).
Пильщиков А. И., см. настоящий номер журнала, стр. 1284.
Пильщиков А. И., ЖЭТФ, 29, 6 (1955).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

К. М. ПОЛИВАНОВ и В. В. КУЗНЕЦКИЙ

ОБЩИЕ СВОЙСТВА ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Зависимость проницаемости или восприимчивости от частоты является важнейшей характеристикой магнитного вещества или тела как потому, что она позволяет судить о протекающих физических процессах (времена релаксации, частоты собственных колебаний), так и потому, что, зная частотную характеристику, можно определить действующую проницаемость и потери при работе на данной частоте; больше того, зная частотную характеристику, можно определить переходный процесс при воздействии импульсного поля любой формы.

Практическая важность частотных характеристик особенно возросла за последние десятилетия в связи с широким распространением импульсной и высокочастотной техники и разработкой соответствующих магнитных материалов.

Анализ частотных характеристик играет большую роль не только в узкой области магнитных явлений; методы анализа частотных характеристик широко применяются в различных разделах физики, в электро- и радиотехнике, в теории регулирования, в теории динамических систем.

Связь между величинами, определяемыми вещественной и мнимой составляющими проницаемости, в случае простейших релаксационных или колебательных процессов была давно известна в оптике и подробно разработана в применении к магнитной среде Аркадьевым [1].

Однако общие аналитические выражения связи между вещественной и мнимой составляющими диэлектрической или магнитной восприимчивости (проницаемости) были впервые сформулированы Крамерсом в 1927 г. [2].

Эти формулы имеют вид:

$$\chi_1(\nu') - \chi_1(\infty) = \frac{2}{\pi}\int\limits_0^\infty \frac{\nu\chi_2(\nu)}{\nu^2-\nu'^2}\,d\nu \tag{1}$$

и

$$\chi_2(\nu') = -\frac{2\nu'}{\pi}\int\limits_0^\infty \frac{\chi_1(\nu)-\chi_1(\infty)}{\nu^2-\nu'^2}\,d\nu. \tag{2}$$

Здесь $\chi_1(\nu)$ и $\chi_2(\nu)$ — частотные зависимости вещественной и мнимой составляющих магнитной восприимчивости от частоты ν синусоидально изменяющегося магнитного поля, в котором находится исследуемое вещество: ν' — частота, при которой определяется значение вещественной или мнимой составляющей восприимчивости $\chi_1(\nu')$ или $\chi_2(\nu')$.

Связи между вещественной и мнимой частями характеристик в несколько других условиях посвящены работы Альтшулера [3] и Романова [4].

Работа Крамерса не получила широкой известности среди электротехников, к тому же могло казаться, что его выводы являются специфическими именно для линейных поляризуемых сред. Независимо от работы Крамерса, приблизительно через 20 лет те же формулы вывел Г. Боде [5] в применении к частотным характеристикам линейных электрических цепей. Боде разработал простые графоаналитические методы построения одной характеристики по другой, снятой экспериментально.

В дальнейшем, благодаря успешной математической разработке основ еории операторного исчисления, установлению его связи с преобразоваием Лапласа и двойным интегралом Фурье вся теория частотных спектров риобрела большую ясность и в настоящее время основные соотношения ежду частотными характеристиками (формулы Крамерса) могут быть ыведены ясным и коротким путем (см., например, работы Конторовича [6], олодовникова [7] и Гоноровского [8]).

Формулы, выражающие связь между вещественной и мнимой составющими магнитной проницаемости, могут быть записаны так:

$$\mu_1(\omega_1) - \mu_1(\infty) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\omega\mu_2(\omega)}{\omega^2 - \omega_1^2}\,d\omega, \tag{3}$$

$$\mu_2(\omega_1) = -\frac{2\omega_1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\mu_1(\omega)}{\omega^2 - \omega_1^2}\,d\omega, \tag{4}$$

де $\mu_1(\omega)$ и $\mu_2(\omega)$ — частотные зависимости вещественной и мнимой оставляющих магнитной проницаемости, ω — угловая частота синусоидально изменяющегося магнитного поля, ω_1 — частота, при которой опреляется значение $\mu_1(\omega_1)$ или $\mu_2(\omega_1)$.

В формуле (4) под знаком интеграла в числителе дроби отсутствует торой член, что отличает ее от формулы Крамерса (2). Можно легко оказать, что это не влияет на результат, так как

$$\int_0^\infty \frac{\mu_1(\infty)}{\omega^2 - \omega_1^2}\,d\omega = 0, \tag{5}$$

ли иметь в виду главное значение интеграла.

Воспользоваться приведенными формулами для практических целей вольно трудно, так как чаще всего аналитическое выражение функций известно, а имеется одна из характеристик, определенная эксперинтально, по которой необходимо найти соответствующую ей вторую рактеристику.

Предложенный Боде графоаналитический метод существенно упрощает оцесс построения одной из характеристик по другой и тем самым дает зможность широко пользоваться связью частотных характеристик лийных систем. Этот метод применен авторами для определения мнимой стотной характеристики магнитной проницаемости по вещественной.

В большинстве встречающихся в практике случаев можно поменять стами четную и нечетную составляющие частотной характеристики, ножив или разделив на $j\omega$ и ту и другую величину. Поэтому для дальйшего хода рассуждений воспользуемся формулой (4), позволяющей ределить мнимую составляющую функции по вещественной.

Придадим формуле (4) другой вид, произведя предварительное интегрование по частям. Имея в виду, что *

$$\frac{d}{d\omega}\ln\left|\frac{\omega - \omega_1}{\omega + \omega_1}\right| = \frac{2\omega_1}{\omega^2 - \omega_1^2}, \tag{6}$$

лучаем:

$$\mu_2(\omega_1) = -\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \mu_1(\omega)\,d\ln\left|\frac{\omega - \omega_1}{\omega + \omega_1}\right| =$$

$$= \frac{1}{\pi}\mu_1(\omega)\ln\left|\frac{\omega + \omega_1}{\omega - \omega_1}\right|\Bigg|_0^\infty - \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \ln\left|\frac{\omega + \omega_1}{\omega - \omega_1}\right|d\mu_1(\omega). \tag{7}$$

---

* $\ln(-x^2) = \ln x^2 + j\pi$. Производная от логарифма не зависит от знака аргумента.

Но первое слагаемое в правой части равно нулю, если $\mu_1(\omega)$ остаетс ограниченной при $\omega = 0$ и $\omega = \infty$.

Поэтому можно написать:

$$\mu_2(\omega_1) = -\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \ln\left|\frac{\omega+\omega_1}{\omega-\omega_1}\right| \frac{d\mu_1(\omega)}{d\omega}\, d\omega. \quad (8$$

Последнее равенство показывает, что мнимая частотная характеристик пропорциональна крутизне вещественной характеристики. Однако, посколь ку интегрирование производится п всему диапазону частот, мнима характеристика в любой точке зави сит от крутизны вещественной харак теристики на всем интервале часто (от 0 до ∞).

Относительная роль крутизны различных частях частотного диа пазона определяется множителе $\ln\left|\frac{\omega+\omega_1}{\omega-\omega_1}\right|$.

Представим зависимость $\mu_1(\omega)$ логарифмическом масштабе часто $\lambda = \ln \omega$ и полученную кривую зам ним рядом прямолинейных участко (рис. 1). Тогда на каждом i-ом пр молинейном участке

$$\frac{d\mu_1(\omega)}{d\lambda} = k_i = \text{const} \quad (9$$

(на участках, представленных гор зонтальными прямыми, $k = 0$).

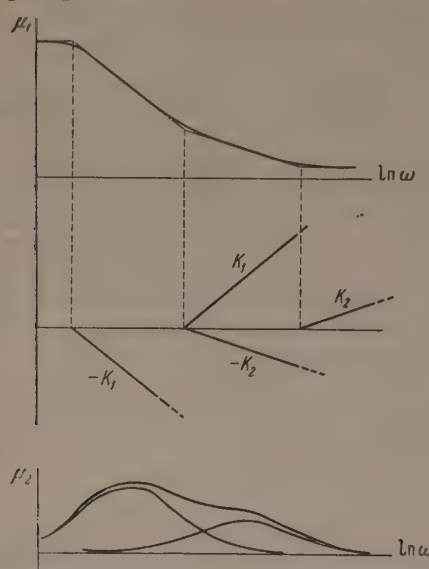


Рис. 1. Получение мнимой составляющей магнитной проницаемости $\mu_2(\omega)$ по вещественной составляющей $\mu_1(\omega)$

Выразим производную $\frac{d\mu_1(\omega)}{d\omega}$ ч рез крутизну k_i:

$$\frac{d\mu_1(\omega)}{d\omega} = \frac{d\mu_1(\omega)}{d\lambda}\cdot\frac{d\lambda}{d\omega} = \frac{k_i}{\omega}. \quad (1$$

Подставляя это значение в (8), находим, что интегрировать нужно фун цию:

$$\ln\left|\frac{\omega+\omega_1}{\omega-\omega_1}\right| \frac{d\omega}{\omega} = \ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| \frac{dx}{x} = L(x)\,dx, \quad (1$$

где

$$x = \omega/\omega_1.$$

Обозначим через ω_{k_i} частоту, соответствующую началу участка, на кот ром наклон характеризуется числом k_i. Этим точкам соответствуют зн чения относительной частоты $x_{k_i} = \omega_{k_i}/\omega_1$.

Возвращаясь к интегралу (8) и подставляя в него (10) и (11), нах дим, что в случае двух наклонных участков:

$$\mu_2(\omega) = -\frac{1}{\pi}\left\{k_1\int_{x_{k_1}}^{x_{k_2}} L(x)\,dx + k_2\int_{x_{k_2}}^{x_{k_3}} L(x)\,dx\right\}, \quad (1$$

ли, представив кривую рядом полубесконечных наклонных прямых:

$$\mu_2(\omega) = -\frac{1}{\pi}\left\{k_1\int\limits_{x_{k_1}}^{\infty} L(x)\,dx - k_1\int\limits_{x_{k_2}}^{\infty} L(x)\,dx + \right.$$

$$\left. + k_2\int\limits_{x_{k_2}}^{\infty} L(x)\,dx - k_2\int\limits_{x_{k_3}}^{\infty} L(x)\,dx\right\}. \tag{13}$$

Преимущество последнего выражения заключается в том, что все ходящие в него интегралы являются одинаковыми функциями их нижего предела:

$$I(x_k) = I\left(\frac{\omega_k}{\omega_1}\right) = \int\limits_{x_k}^{\infty} \ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|\frac{dx}{x}. \tag{14}$$

Вычисление интеграла (14) легко произвести, разлагая подинтегральую функцию в степенной ряд ([9] № 601, 602, 603). При этом

$$I(x_k) = \frac{\pi^2}{2} - 2\left[x_k + \frac{x_k^3}{3^2} + \frac{x_k^5}{5^2} + \ldots\right] \quad \text{при } x_k < 1 \tag{15}$$

$$I(x_k) = 2\left[\frac{1}{x_k} + \frac{1}{3^2 x_k^3} + \frac{1}{5^2 x_k^5} + \ldots\right] \quad \text{при } x_k > 1. \tag{16}$$

Из написанных выражений видно, что сумма функций $I(x_k)$ для обратных значений относительной частоты равна $\frac{\pi^2}{2}$, т. е.

$$I(x_k) + I\left(\frac{1}{x_k}\right) = \frac{\pi^2}{2}. \tag{17}$$

Поэтому для построения всей функции достаточно знать ее значения только в области $x_k \leqslant 1$ или только в области $x_k \geqslant 1$.

После того как найдены значения интеграла $I(x_k)$, искомая мнимая составляющая частотной характеристики найдется как сумма мнимых характеристик, полученных для каждой из полубесконечных наклонных прямых.

На рис. 2 приведен подробный график $\frac{1}{\pi} I\left(\frac{1}{x_k}\right)$ для $x_k > 1$, заимствованный из книги Боде [5]. Зная крутизну каждой полубесконечной прямой, можно найти мнимую характеристику, соответствующую этой прямой. Чтобы получить такую характеристику, нужно умножить каждую из ординат кривой рис. 2, построенной для полубесконечной прямой с единичным наклоном в пределах $0 < \frac{1}{x_k} < 1$, на крутизну k и достроить вторую часть характеристики, которая представляет собой симметричное продолжение полученной кривой, приближающееся при бесконечной частоте к $\frac{k\pi}{2}$.

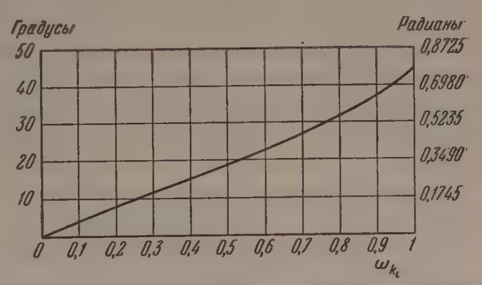


Рис. 2. Мнимая составляющая магнитной проницаемости, соответствующая полубесконечной прямой с единичным наклоном

Итак, чтобы построить мнимую характеристику по имеющейся вещественной, нужно:

1) аппроксимировать кривую рядом полубесконечных прямых;

2) построить составляющую мнимой характеристики для каждого участка: для этого строится мнимая характеристика для полубесконечной прямой, имеющей данный наклон в начале участка, затем такая же характеристика строится в конце участка; разность между ними дает искомую составляющую;

3) просуммировать полученные кривые.

Еще больший практический интерес представляет возможность снять частотную характеристику модуля магнитной проницаемости и по ней определить фазовую характеристику.

Как указывалось выше, магнитная проницаемость на любой частоте будет комплексным числом:

$$\mu(j\omega) = \mu_1(\omega) - j\mu_2(\omega) = \mu(\omega)\, e^{-j\delta(\omega)}, \tag{18}$$

где $\mu(\omega)$ — частотная зависимость модуля магнитной проницаемости, $\delta(\omega)$ — частотная зависимость фазы магнитной проницаемости (угла потерь).

Логарифмируя (18) получим:

$$\ln\left[\mu(\omega)\, e^{-j\delta(\omega)}\right] = \ln\mu(\omega) - j\delta(\omega). \tag{19}$$

Формулы (3) и (4), связывающие вещественную и мнимую составляющие магнитной проницаемости, выводятся в предположении, что все особые точки функции $\mu(p)$ находятся в левой полуплоскости комплексного переменного $p = \sigma + j\omega$. Аналогично этому, формулы, связывающие логарифмы функции $\mu(\omega)$ и фазу $\delta(\omega)$:

$$\delta(\omega_1) = -\frac{2\omega_1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\ln\mu(\omega)}{\omega^2 - \omega_1^2}\, d\omega \tag{20}$$

и

$$\ln\mu(\omega_1) - \ln\mu(\infty) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\omega\,\delta(\omega)}{\omega^2 - \omega_1^2}\, d\omega \tag{21}$$

будут справедливы лишь в том случае, если функция $\ln\mu(p)$ также не будет иметь особых точек в правой полуплоскости, включая мнимую ось $j\omega$.

Учитывая, что нуль функции $\mu(p)$ является бесконечностью для ее логарифма, т. е. особенностью для функции $\ln\mu(p)$, условие отсутствия в правой полуплоскости особых точек функции $\ln\mu(p)$ сводится к тому, чтобы функция $\mu(p)$ не имела не только полюсов, но и нулей во всей правой полуплоскости, включая мнимую ось.

Нетрудно доказать, что указанное условие в нашем случае выполняется.

Таким образом, зная частотный ход $\ln\mu(\omega)$ и применяя изложенную выше методику определения мнимой составляющей частотной характеристики по вещественной составляющей, можно вычислить фазовую характеристику $\delta(\omega)$. Знание же модуля и фазы дает возможность вычислить вещественную и мнимую составляющие магнитной проницаемости.

Для определения модуля $\mu(\omega)$ необходимо получить частотную зависимость модуля полного сопротивления образца.

Схему для исследования образцов в этом случае можно собрать в любой лаборатории. От источника высокой частоты напряжение подается на образец, намагничивающая обмотка которого включается последовательно с термоэлементом, фиксирующим величину протекающего тока; параллельно образцу подключается катодный вольтметр, рассчитанный на данный диапазон частот. Зная напряжение и ток, можно определить полное сопротивление образца.

Графоаналитический метод получения одной из характеристик по другой был применен авторами к анализу частотной зависимости магнитной проницаемости ферритов.

Получено хорошее совпадение экспериментальных и расчетных кривых как при определении частотной характеристики мнимой составляющей магнитной проницаемости по вещественной, так и при определении фазовой характеристики по амплитудной.

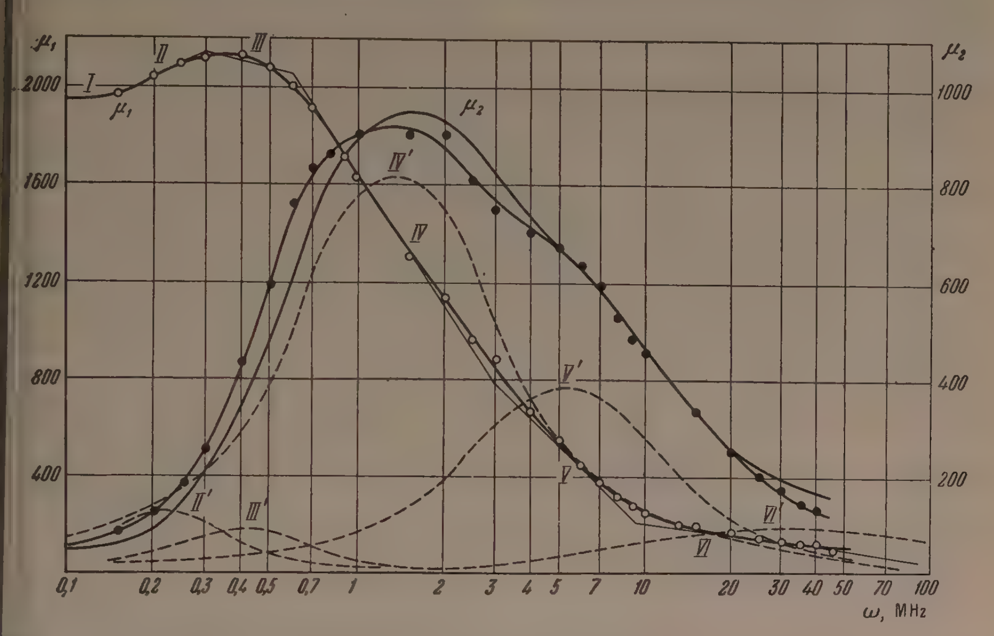


Рис. 3. Зависимость вещественной и мнимой составляющих магнитной проницаемости феррита О-2000 от частоты

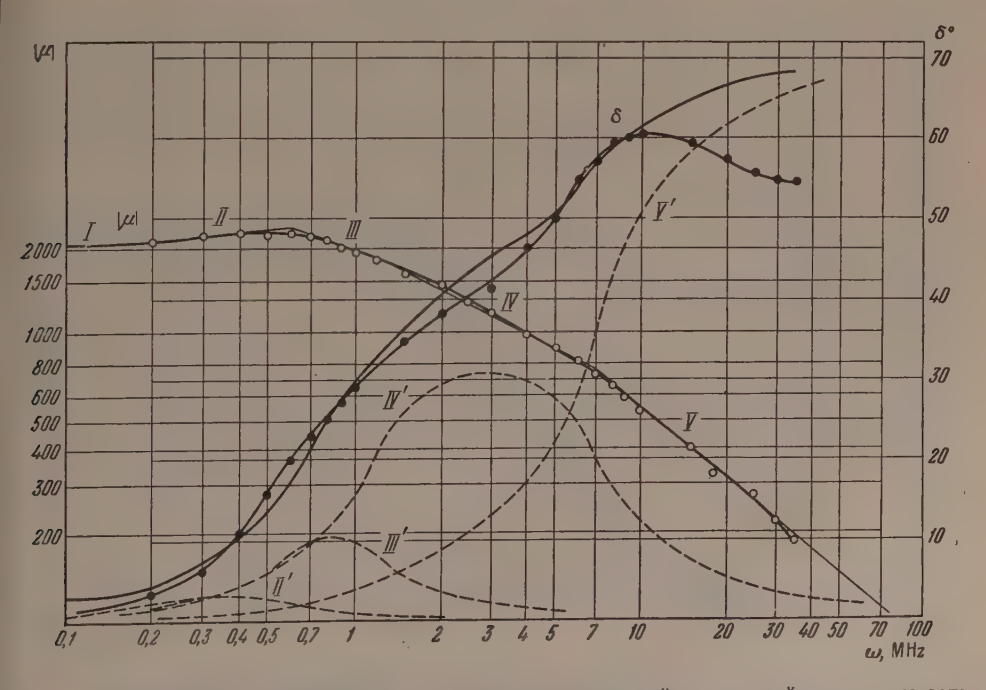


Рис. 4. Зависимость амплитуды и аргумента комплексной магнитной проницаемости феррита О-2000 от частоты

Сопоставление расчетов с опытными данными показывает возможность применения предложенной методики в области слабых полей при измере-

ниях в широком диапазоне частот, распространяющемся на область сильного спада проницаемости.

На рис. 3—6 приведены примеры получения мнимой характеристики по вещественной и фазовой характеристики по амплитудной для ферритов О-2000 и О-1000.

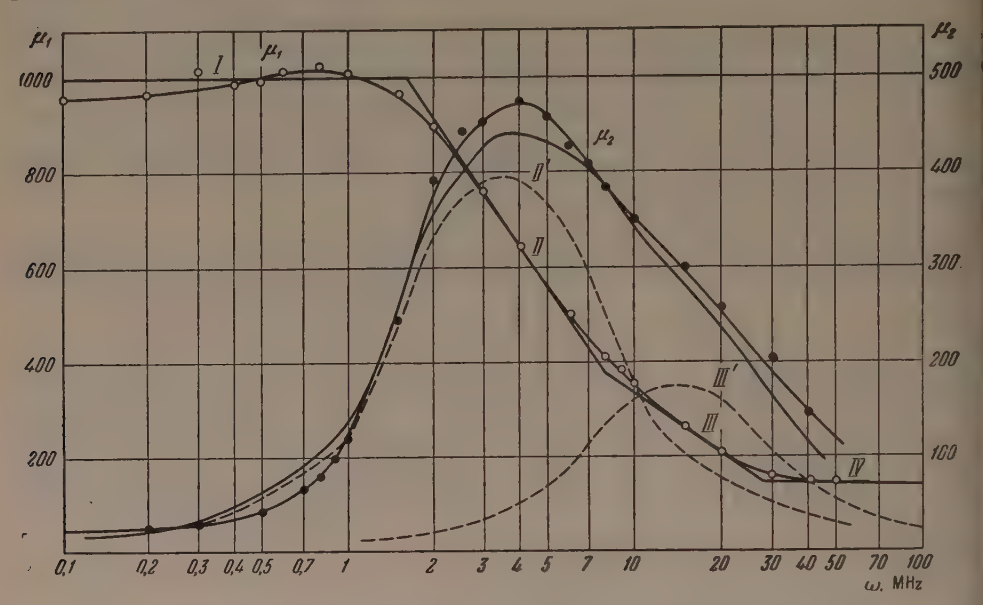


Рис. 5. То же, что на рис. 3, но для феррита О-1000

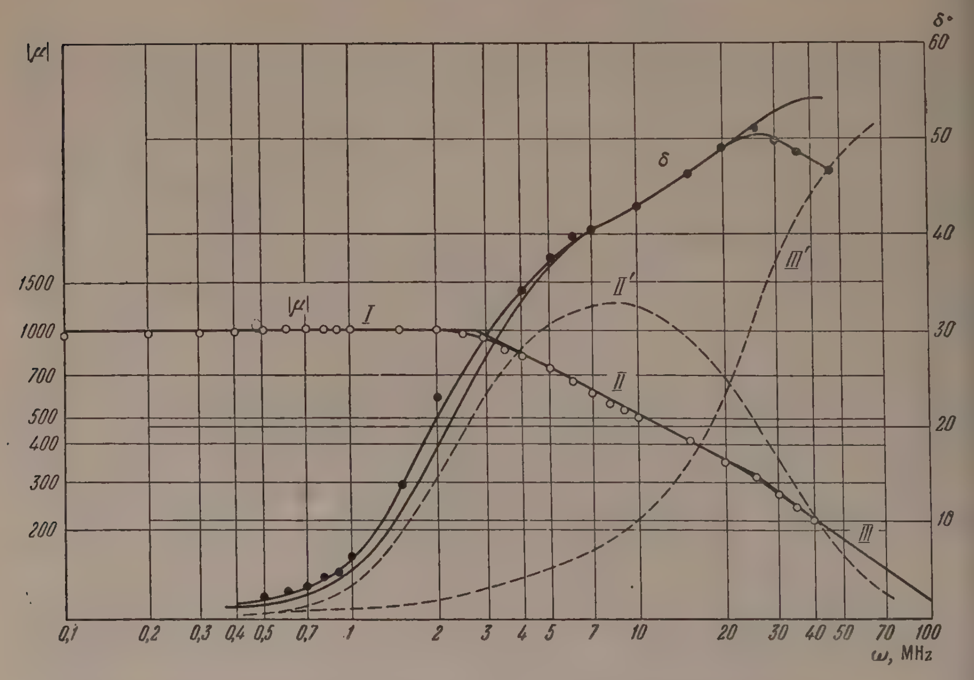


Рис. 6. То же, что на рис. 4, но для феррита О-1000

Рассмотрим методику получения одной из характеристик по другой для феррита О-2000. Вещественная составляющая характеристики $\mu_1(\omega)$ (рис. 3), полученная опытным путем, аппроксимировалась ломаной пря-

ной, состоявшей из шести участков. Для каждого из участков находилась составляющая мнимой характеристики (пунктирные кривые), величина которой зависела от крутизны соответствующего участка и от его протяженности. Затем все составляющие суммировались. Полученная кривая $\mu_2(\omega)$ достаточно хорошо совпадает с опытной, проведенной по точкам.

На рис. 4 амплитудная характеристика $\mu(\omega)$, построенная в логарифмическом масштабе, аппроксимировалась ломаной прямой, состоявшей из четырех участков. Для каждого из участков находилась составляющая фазовой характеристики (пунктирные кривые). Полученные составляющие суммировались.

В конце рассмотренного диапазона частот расчетные и опытные данные для фазовой характеристики несколько расходятся (экспериментальная кривая проведена по точкам, нанесенным на графике). Последний участок линейного представления кривой $\mu(\omega)$ лишь частично построен по экспериментальным данным, в то же время ход кривой на этом участке существенно влияет на фазовую характеристику. В связи с тем, что действительный ход опытной кривой на более высоких частотах не известен, линейная экстраполяция на этом участке заключает в себе источник возможных ошибок. Указанной причиной и объясняется расхождение расчетных и опытных данных в конце частотного диапазона.

Аналогичным путем были проведены построения и в случае феррита Ф-1000 (рис. 5 и 6).

Хорошее совпадение опытных и расчетных кривых получено также и при обработке результатов, полученных другими авторами для различных ферромагнитных материалов.

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Цитированная литература

1. Аркадьев В. К., Электромагнитные процессы в металлах, часть II.— ОНТИ, М.— Л., 1936.
2. Kramers H. A., Atti del Congresso Internationale del Fisici, Como, v. 2, p. 545, 1927.
3. Альтшулер С. А., ЖЭТФ, 20, 1047 (1950).
4. Романов И. М., Уч. записки Казанского университета, 1953.
5. Боде Г. В., Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью.— ИЛ, М., 1948.
6. Конторович М. И., Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях. — Гостехиздат, М.— Л., 1949.
7. Солодовников В. В., Введение в статистическую динамику систем автоматического регулирования. — ГИТТЛ, М., 1952.
8. Гоноровский И. С., Радиосигналы и переходные явления в радиоцепях.— Связьиздат, М., 1954.
9. Двайт Г. Б., Таблицы интегралов и другие математические формулы.— ИЛ, М., 1948.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

В. А. ФАБРИКОВ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ГИРОТРОПНЫХ СРЕД

Феноменологическое рассмотрение общего случая гиротропной линейной электродинамической среды

1. В общем случае линейную связь между векторами индукции **B** и смещения **D** в среде и напряженностями электромагнитного поля **H** и **E** можно представить в виде:

$$\left.\begin{aligned} B_i &= \mu_{ik} H_k + \eta_{ik} E_k, \\ D_i &= \xi_{ik} H_k + \varepsilon_{ik} E_k, \end{aligned}\right\} \quad i, k = 1, 2, 3 \tag{1}$$

где по общему правилу записи тензорных соотношений опущен знак суммирования по немому, т. е. дважды встречающемуся в произведении, индексу.

Поскольку **D** и **E** являются, по определению, истинными векторами, а **B** и **H** — псевдовекторами (ибо ротор вектора есть псевдовектор, и наоборот), очевидно, что величины μ_{ik} и ε_{ik} носят тензорный, а величины η_{ik} и ξ_{ik} — псевдотензорный характер. Комплексность составляющих не имеет принципиального значения — в реальном пространстве комплексный тензор представляет собой просто сумму двух вещественных тензоров, так же как комплексный вектор — сумму двух вещественных векторов.

Телеген установил [1], что на электромагнитные параметры недиссипативной среды накладываются условия:

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon^*_{ki}, \quad \mu_{ik} = \mu^*_{ki}, \quad \xi_{ik} = \eta^*_{ki}, \quad (i, k = 1, 2, 3) \tag{2}$$

где * означает комплексное сопряжение. Покажем, что условия (2) остаются справедливыми и для среды с потерями, если их относить порознь к диссипативным и недиссипативным частям тензоров среды.

Положим

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{ik} &= \varepsilon'_{ik} - i\varepsilon''_{ik}, & \xi_{ik} &= \xi'_{ik} - i\xi''_{ik}, \\ \mu_{ik} &= \mu'_{ik} - i\mu''_{ik}, & \eta_{ik} &= \eta'_{ik} - i\eta''_{ik}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

и подставим (1) и (3) в комплексное выражение мощности, приходящейся на единицу объема среды:

$$P + iQ = i\,\frac{\omega}{2}\,(\mathbf{H}^*\mathbf{B} + \mathbf{E}^*\mathbf{D}), \tag{4}$$

где P и Q — действительные величины, соответствующие активной и реактивной составляющим мощности.

Если потребовать, чтобы тензоры, отмеченные одним штрихом, определяли только реактивную, а тензоры, отмеченные двумя штрихами, — только активную мощность, то будут выполняться соотношения:

$$\left.\begin{aligned} H^*_i \mu'_{ik} H_k + H^*_i \eta'_{ik} E_k + E^*_i \xi'_{ik} H_k + E^*_i \varepsilon'_{ik} E_k &= 2\,\frac{Q}{\omega}, \\ H^*_i \mu''_{ik} H_k + H^*_i \eta''_{ik} E_k + E^*_i \xi''_{ik} H_k + E^*_i \varepsilon''_{ik} E_k &= 2\,\frac{P}{\omega}. \end{aligned}\right\} \quad i, k = 1, 2, 3$$

Поскольку соотношения должны выполняться при всех значениях **E** и **H**, вещественны должны быть порознь величины:

$$H_i^* \mu_{ik}^{\prime(\prime\prime)} H_k, \quad E_i^* \varepsilon_{ik}^{\prime(\prime\prime)} E_k, \quad H_i^* \eta_{ik}^{\prime(\prime\prime)} E_k + E_i^* \xi_{ik}^{\prime(\prime\prime)} H_k.$$

Но это значит, что псевдотензоры $\xi_{ik}^{\prime(\prime\prime)}$ и $\eta_{ik}^{\prime(\prime\prime)}$ эрмитово сопряжены между собой, а тензоры $\mu_{ik}^{\prime(\prime\prime)}$ и $\varepsilon_{ik}^{\prime(\prime\prime)}$ самосопряжены, т. е. их элементы удовлетворяют условиям

$$\{\mu_{ik}^{\prime(\prime\prime)}\} = \{\mu_{ki}^{\prime(\prime\prime)}\}^*, \quad \{\varepsilon_{ik}^{\prime(\prime\prime)}\} = \{\varepsilon_{ki}^{\prime(\prime\prime)}\}^*, \quad \{\xi_{ik}^{\prime(\prime\prime)}\} = \{\eta_{ki}^{\prime(\prime\prime)}\}^*. \tag{5}$$

Гиротропность линейной среды вокруг какой-либо оси предполагает симметрию относительно этой оси. В ортогональной системе координат с осью Z, совпадающей с осью симметрии среды, составляющие тензоров приводятся к виду:

$$\left.\begin{aligned} \mu_{ik} &= \begin{Bmatrix} \mu & -i\mu_\Gamma & 0 \\ i\mu_\Gamma & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{Bmatrix}, \quad \varepsilon_{ik} = \begin{Bmatrix} \varepsilon & -i\varepsilon_\Gamma & 0 \\ i\varepsilon_\Gamma & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{Bmatrix}, \\ \eta_{ik} &= \begin{Bmatrix} \eta & -i\eta_\Gamma & 0 \\ i\eta_\Gamma & \eta & 0 \\ 0 & 0 & \eta_z \end{Bmatrix}, \quad \xi_{ik} = \begin{Bmatrix} \xi & -i\xi_\Gamma & 0 \\ i\xi_\Gamma & \xi & 0 \\ 0 & 0 & \xi_z \end{Bmatrix}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Это вытекает, как легко убедиться, из условия инвариантности тензорных и псевдотензорных характеристик среды относительно преобразований координат, связанных с вращением вокруг оси симметрии.

Сравнение (5) и (6) показывает, что мнимые части величин

$$\mu, \mu_\Gamma, \mu_z, \varepsilon, \varepsilon_\Gamma, \varepsilon_z, \ (\xi+\eta), \ (\xi_\Gamma+\eta_\Gamma), \ i(\xi-\eta), \ i(\xi_\Gamma-\eta_\Gamma)$$

характеризуют потери и обращаются в нуль для недиссипативных сред.

2. Решение уравнений Максвелла для обобщенной гиротропной среды, определяемой выражениями (6), принципиально не сложнее [2], чем для рассмотренного в литературе под названием гиротропной среды частного случая, в котором $\xi_{ik} = \eta_{ik} = 0$. Если ограничиться рассмотрением волн, продольно распространяющихся в обобщенной гиротропной среде, то уравнения Максвелла приводятся относительно продольных компонент поля к двум совместным уравнениям второго порядка (см. Приложение 1):

$$\left.\begin{aligned} \nabla^2 E_z + aE_z + bH_z &= 0, \\ \nabla^2 H_z + cH_z + dE_z &= 0, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

так же как в случае обычной гиротропной среды, только коэффициенты a, b, c, d здесь несколько сложнее выражаются через параметры среды.

Отсутствие в уравнениях (7) смешанных производных второго порядка обусловлено симметрией среды относительно оси Z. Решение уравнений такого типа хорошо известно.

Связь между продольными и поперечными компонентами поля в обобщенной гиротропной среде имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} E_t &= (p+qP)\nabla_t E_z + (r+sP)\nabla_t H_z, \\ H_t &= (t+uP)\nabla_t E_z + (v+wP)\nabla_t H_z, \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где p, q, r, s, t, u, v, w — постоянные, определяемые параметрами среды, ∇_t — проекция градиента на плоскость t, ортогональную оси Z, P — оператор, действие которого равносильно векторному умножению справа на единичный вектор **k**, направленный по оси Z,—

$$P\mathbf{A}_t = [\mathbf{A}_t \mathbf{k}], \tag{9}$$

A_t — проекция вектора $\mathbf{A}$ на плоскость t. Отсюда легко находится характеристическое уравнение, служащее для определения постоянной распространения γ. В случае круглого волновода оно имеет вид:

$$\frac{inr}{R}(\sigma_1^2-\sigma_2^2)-\sigma_1[qb+(\sigma_1^2-a)s]\frac{J_n'(\sigma_1R)}{J_n(\sigma_1R)}+$$
$$+\sigma_2[qb+(\sigma_2^2-a)s]\frac{J_n'(\sigma_2R)}{J_n(\sigma_2R)}=0, \qquad (10)$$

где $J_n(x)$ — бесселева функция n-го порядка, σ_1^2 и σ_2^2 — корни уравнения $(\sigma^2)^2-(a+c)\sigma^2-(ac-bd)=0$, R — радиус волновода и r, q, s, a, b — постоянные коэффициенты, входящие в уравнения (7) и (8).

Следует отметить, что в выражения для этих коэффициентов постоянная распространения входит как в первой, так и во второй степени, так что значение постоянной распространения, определяемое характеристическим уравнением, должно зависеть от направления распространения волны. Таким образом, обобщенная гиротропная среда, помимо гиротропности, обладает также и свойством однонаправленности.

Постоянные распространения продольных плоских волн находятся легко. Их можно определить, потребовав, чтобы входящие в выражения (8) постоянные коэффициенты p, q и т. д. обратились в бесконечность (ибо лишь в этом случае при $E_z, H_z=0$ имеем E_t, $H_t\neq 0$). Однако процедать для частного случая плоских волн в обобщенной гиротропной среде самостоятельное решение задачи.

Использовав тождество

$$[\nabla[\nabla\mathbf{A}]]=\nabla(\nabla\mathbf{A})-\nabla^2\mathbf{A} \qquad (11)$$

и равенство

$$\nabla=-\gamma\mathbf{k}, \qquad (12)$$

справедливое для плоских волн, распространяющихся в направлении $\mathbf{k}$, приведем уравнения Максвелла

$$[\nabla\mathbf{E}]=-i\omega\mathbf{B},\quad [\nabla\mathbf{H}]=i\omega\mathbf{D},\quad \nabla\mathbf{B}=\nabla\mathbf{D}=0 \qquad (13)$$

при помощи векторного умножения обеих частей на оператор ∇ к виду:

$$\gamma\mathbf{E}_t=i\omega[\mathbf{Bk}],\quad \gamma\mathbf{H}_t=-i\omega[\mathbf{Dk}],\quad B_z=D_z=0. \qquad (14)$$

Уравнения (14) после подстановки в них линейного выражения $\mathbf{B}$ и $\mathbf{D}$ через $\mathbf{H}$ и $\mathbf{E}$, вид которого зависит от направления распространения волны относительно оси симметрии среды, представят систему шести однородных линейных уравнений с шестью неизвестными — H_i, E_i $(i=1,2,3)$. Постоянная распространения найдется из условия равенства нулю определителя системы.

В случае продольных волн (направление распространения совпадает с осью симметрии среды) в обобщенной гиротропной среде имеем:

$$\left.\begin{aligned} B_{x,y}&=\mu H_{x,y}+\eta E_{x,y}\mp i\mu_\Gamma H_{y,x}\mp i\eta_\Gamma E_{y,x},\\ D_{x,y}&=\xi H_{x,y}+\varepsilon E_{x,y}\mp i\xi_\Gamma H_{y,x}\mp i\varepsilon_\Gamma E_{y,x}\end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

и

$$\left.\begin{aligned} B_z&=\mu_z H_z+\eta_z E_z,\\ D_z&=\xi_z H_z+\varepsilon_z E_z.\end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Подставив (15) в (14), получаем систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} -(\gamma+\omega\eta_{\text{г}})E_x+i\omega\eta E_y-\omega\mu_{\text{г}}H_x+i\omega\mu H_y=0,\\ i\omega\eta E_x+(\gamma+\omega\eta_{\text{г}})E_y+i\omega\mu H_x+\omega\mu_{\text{г}}H_y=0,\\ \omega\varepsilon_x E_x-i\omega\varepsilon E_y-(\gamma-\omega\xi_{\text{г}})H_x-i\omega\xi H_y=0,\\ i\omega\varepsilon E_x+\omega\varepsilon_{\text{г}}E_y+i\omega\xi H_x-(\gamma-\omega\xi_{\text{г}})H_y=0,\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

имеющую два независимых решения:

$$E_x=\mp iE_y,\quad H_x=\mp iH_y,\qquad \frac{E_x}{H_y}=-\frac{E_y}{H_x}=i\,\frac{\omega(\mu\pm\mu_{\text{г}})}{\gamma+\omega(\eta_{\text{г}}\pm\eta)}, \quad (18)$$

соответствующих право- и левополяризованным по кругу волнам.

Подстановкой (18) в (17) нетрудно убедиться, что первое решение имеет место при

$$\gamma=\frac{\omega}{2}(\xi_{\text{г}}-\eta_{\text{г}}+\xi-\eta)\pm i\omega\sqrt{(\varepsilon+\varepsilon_{\text{г}})(\mu+\mu_{\text{г}})-\frac{1}{4}(\eta_{\text{г}}+\xi_{\text{г}}+\eta+\xi)^2},$$

а второе — при

$$\gamma=\frac{\omega}{2}(\xi_{\text{г}}-\eta_{\text{г}}-\xi+\eta)\pm i\omega\sqrt{(\varepsilon-\varepsilon_{\text{г}})(\mu-\mu_{\text{г}})-\frac{1}{4}(\eta_{\text{г}}+\xi_{\text{г}}-\eta-\xi)^2}. \quad (19)$$

Заметим, что в выражениях (19) при отсутствии потерь величины под корнем вещественны, а слагаемые перед корнем — мнимы.

Однонаправленный характер обобщенной гиротропной среды, подтверждаемый выражениями (19), можно было предвидеть, исходя из псевдотензорного характера величин ξ_{ik} и η_{ik}, описывающих свойства такой среды. Обратную волну можно рассматривать как прямую другого знака вращения в зеркально отраженной относительного начала системе координат. Псевдотензоры, в отличие от истинных тензоров, при таком преобразовании координат меняют знак, поэтому среда с отличными от нуля величинами ξ_{ik} и η_{ik} имеет различные характеристики для волн, распространяющихся в противоположных направлениях.

Если ось симметрии среды определяется направлением распространения волны, то в неподвижной системе координат скорости прямой волны правого вращения и обратной волны левого вращения равны. В этом частном случае недиагональные члены тензоров и псевдотензоров обращаются в нуль. Примером такой среды могут служить оптически активные вещества, которые становятся анизотропными в момент прохождения волны благодаря асимметрии молекул [3]. Однонаправленность здесь проявляется в том, что направления поворота поляризации волны в фиксированной системе координат при прямом и обратном прохождении различны.

В сантиметровом диапазоне волн связь между векторами и псевдовекторами поля, видимо, должна осуществляться в среде, одновременно ферромагнитной и ферроэлектрической. Реализация такой среды позволила бы расширить практические возможности создания на СВЧ однонаправленных систем передачи.

Особенности эффекта Фарадея в парафино-ферритовых смесях

1. В настоящее время для создания однонаправленных систем передачи используются гиромагнитные и гироэлектрические среды. Наибольшее практическое применение имеют гиромагнитные свойства намагничиваемых ферритов, физическое обоснование которых дается теориями Полдера [4], Радо [5] и Вангснесса [6], опирающимися на классическую модель ферромагнитного вещества, разработанную Л. Д. Ландау и

Е. М. Лифшицем [7]. Однако в теории гиромагнитных свойств реальных поликристаллических ферромагнитных материалов до сих пор имеются недостаточно освещенные вопросы. Так, например, представляет интерес выяснение вопроса о соотношении гиромагнитных свойств сплошных и размельченных ферритовых материалов. Утверждение Биркса [8], что магнитные параметры парафино-ферритовых смесей при любой концентрации ферритового порошка представляют в диапазоне сантиметровых волн некоторое среднее от параметров составных частей смеси, вызывает сомнение. Данные экспериментов, на которые опирается Биркс, видимо, не имеют общего значения. На это указывает хотя бы обнаруженное в работе Радо, Райта и Эмерсона [9] качественное изменение магнитных свойств Fe-Mg-феррита (феррамик A)— сдвиг естественной резонансной частоты материала и изменение всего магнитного спектра — при его размельчении и смешивании с парафином.

Ниже приводятся и обсуждаются некоторые результаты исследования эффекта Фарадея в парафино-ферритовых смесях на длине волны 10—14 см, выявляющие важность учета влияния эффективных внутренних полей анизотропии на гиромагнитные свойства намагничиваемых ферритов и зависимость величины этих полей от механического состояния материала.

2. На частоте 2200 ÷ 3000 MHz в продольном намагничивающем поле 0 ÷ 1800 Ое образцы, изготовленные из смесей с парафином порошков Ni-Zn-феррита, естественного Fe-феррита — магнетита, а также металлического ферромагнетика — альсифера, дают аномальное вращение поляризации проходящей через них волны в сторону, противоположную той, в которую вращают при этих условиях сплошные ферритовые шайбы [10].

Величина вращения плоскости поляризации и эллиптичность (отношение малой оси эллипса поляризации к большой) волны зависят не только от размеров шайбы и величины намагничивающего поля, но и от частоты переменного поля и концентрации порошка в смеси.

В смесях с Ni-Zn-ферритом эллиптичность увеличивается при: а) увеличении концентрации магнитного материала, б) увеличении намагничивающего поля до определенного значения, за которым эллиптичность падает, в) приближении частоты к 3000 MHz. Максимальное вращение наблюдается при определенном значении намагничивающего поля, зависящем от частоты переменного поля, причем величина этого максимального вращения с удалением от частоты 3000 MHz сначала возрастает, затем начинает уменьшаться.

В смесях с магнетитом величина вращения и эллиптичность равномерно возрастают с увеличением частоты.

Более правильный характер носит вращение, наблюдаемое на смесях с Mn-Zn-ферритом. Оно имеет сначала положительный знак, проходит через нуль при увеличении намагничивающего поля и лишь после этого становится отрицательным. Небольшое вращение в правую сторону и последующий переход через нуль при малых значениях (200÷700 Ое) намагничивающего поля имеет место и в смесях с Ni-Zn-ферритом, но лишь на частоте свыше 2600 MHz.

Небольшая величина потерь в парафино-ферритовых смесях (0,5 ÷ ÷ 2 db см^{-1} против 30 db см^{-1} для сплошных ферритовых образцов) позволила снять зависимость величины вращения от толщины шайбы в широких пределах (15 ÷ 90 мм). Зависимость, как и следовало ожидать, оказалась резко нелинейной: с увеличением толщины шайбы вращение в некоторых случаях не только не увеличивалось, но уменьшалось вдвое.

Для сравнения с результатами, полученными на смесях, в том же диапазоне частот и намагничивающих полей измерялось фарадеевское вращение сплошных шайб из Ni-Zn-феррита. Вращение это — нормального знака (в правую сторону вокруг намагничивающего поля). Зависимость его от намагничивающего поля носит гистерезисный характер, причем

кривая вращения довольно точно повторяет кривую намагничивания. После намагничивания в поле 1800 Ое (внутреннее поле порядка 5 Ое) на шайбе из Ni-Zn-феррита толщиной 10,5 мм наблюдается остаточное вращение 13 градусов (на длине волны 10 см).

Следует отметить, что на сплошных шайбах характер вращения также зависит от частоты, однако зависимость эта противоположна наблюдаемой на смесях — вносимая шайбой эллиптичность увеличивается, а вращение уменьшается при снижении частоты с 3000 до 2200 MHz.

3. Измерение фарадеевского вращения образцов производилось на установке, описанной в литературе [11].

Для характеристики угла поворота и степени эллиптичности волны на выходе образца применялся комплексный коэффициент поляризации, представляющий отношение амплитуд право- и левополяризованных по кругу волн, из которых складывается линейно поляризованная волна. Введение этого коэффициента позволило перенести на измерение небольших эллиптичностей методику измерения небольших коэффициентов бегущей волны в линии.

Определив углы φ_1 и φ_2 двух положений анализатора, при которых квадратичный детектор дает показание, в 2 раза большее, чем минимальное, можно вычислить не только угол поворота θ главной оси эллипса поляризации волны на выходе образца по формуле

$$\theta = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + 90^\circ, \tag{1}$$

но и степень эллиптичности $Э$, представляющую отношение малой оси эллипса поляризации к большой, по формуле (см. Приложение 2):

$$Э^2 = \frac{\sin^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)}{1+\sin^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)}\,. \tag{2}$$

4. Изменение знака фарадеевского вращения в Ni-Zn-феррите при размельчении феррита и смешивании его с парафином, видимо, можно объяснить тем, что вместе с уменьшением размера отдельных частиц и их связи между собой увеличивается эффективное поле анизотропии магнитного материала.

Это поле эффективно в том смысле, что оно вызывает такую же прецессию магнитных доменов материала, как и соответствующее магнитное поле, действующее на свободные магнитные моменты. Очевидно, что в переменном поле домены будут побуждаться к прецессии вокруг суммарного внутреннего поля (поле анизотропии и поле магнитное), определяющего их равновесное положение, в том случае, если материал не может «приспособиться» к изменениям магнитного поля только лишь за счет смещений границ между доменами. Прецессия доменов, а следовательно, и величина эффективного поля, способного вызвать эту прецессию, возрастает по мере того, как затрудняется возможность процессов смещения. Но именно это и происходит при размельчении материала и приближении отдельных частиц к однодоменному состоянию.

Теория магнитных свойств порошковых материалов [12] объясняет возрастание коэрцитивной силы при уменьшении размера отдельных частиц и плотности их упаковки приближением состояния частиц к однодоменному.

Поле анизотропии слабонамагниченного поликристаллического образца в целом может быть малым благодаря тому, что преимущественные направления намагничивания отдельных участков образца расположены самым различным образом. Тем не менее, влияние «местных» полей анизотропии на гиромагнитные свойства материала очень существенно.

Анализ полученных Радо [5] и Ван-Триером [13] выражений для составляющих тензора магнитной проницаемости магнитно ненасыщенного материала показывает, что среднее (геометрически) поле, действующее во всем объеме образца, определяет лишь абсолютную величину гиромагнитной проницаемости материала. Что же касается знака этой проницаемости и тангенса угла гиромагнитных потерь, то они в магнитно ненасыщенном материале определяются среднеарифметическим значением абсолютной величины эффективных внутренних полей, действующих в пределах отдельных доменов. Если это значение больше критического, при котором частота естественных резонансных потерь, обусловленных процессами вращения, совпадает с частотой переменного поля, то фарадеевское вращение, даваемое образцом, при любой величине внешнего намагничивающего поля будет иметь отрицательный знак.

Отметим, что ферриты являются, строго говоря, не ферро-, а ферримагнитными веществами, и в некоторых случаях важно учитывать их специфические ферримагнитные свойства. Теория тензора магнитной проницаемости ферримагнитного материала, кристаллическую структуру которого можно представить в виде двух антиферромагнитно спаренных подрешеток, была предложена Вангснессом [6]. Оказалось, что если не учитывать магнитные потери и пренебречь полями анизотропии, то во всех случаях, когда суммарный механический или суммарный магнитный момент подрешеток не равен нулю, магнитные параметры ферримагнетика описываются теми же выражениями, что и для ферромагнетика. Единственное различие заключается в том, что вместо истинного гиромагнитного отношения следует пользоваться некоторым эффективным

$$\gamma_{эф} = \frac{M_1 + M_2}{M_1/\gamma_1 + M_2/\gamma_2}, \tag{3}$$

где γ_i и M_i — соответственно гиромагнитное отношение и намагниченность i-ой подрешетки.

Результат Вангснесса нетрудно обобщить на случай диссипативной среды [2]. При этом выясняется, что гиромагнитные потери ферримагнетика можно учесть обычным способом, приписав ему частоту релаксации:

$$\delta_{эф} = \left(\frac{\delta_1}{\gamma_1^2} + \frac{\delta_2}{\gamma_2^2}\right)\gamma_{эф}^2, \tag{4}$$

где δ_i — частота релаксации, описывающая затухание прецессионного движения намагниченности i-ой подрешетки.

Важно заметить, что влияние полей анизотропии на гиромагнитные свойства ферримагнетика очень существенно. В выражение для суммарного внутреннего поля, обусловливающего гиромагнитную проницаемость ферримагнитного материала, поле анизотропии следует вводить с коэффициентом [2] $\frac{|M_1| + |M_2|}{|M_1| - |M_2|}$. Роль полей анизотропии тем больше, чем ближе между собой абсолютные значения намагниченностей подрешеток $|M_1|$ и $|M_2|$. В ферритах небольшое изменение поля анизотропии может дать заметный эффект.

В размельченном Ni-Zn-феррите среднее эффективное поле анизотропии, видимо, больше, а в сплошном — меньше критического. Естественная резонансная частота в первом случае — порядка 3000 MHz, а во втором — 2000 MHz. Для смесей с Mn-Zn-ферритом она лежит около 2100 MHz, а для смесей с магнетитом — превышает 3000 MHz. Этим объясняются не только разные знаки вращения, но и особый характер зависимости от частоты величин вращения и эллиптичности, наблюдаемых на сплошных ферритах и парафино-ферритовых смесях различного состава.

Приложение 1

Продольные направляемые волны в обобщенной гиротропной среде

1. Для записи уравнений Максвелла в обобщенной гиротропной среде спользуемся введенным Сулом и Уокером [14] оператором P, действие торого равносильно векторному умножению справа на единичный векр $\mathbf{k}$, соответствующий оси Z:

$$P\mathbf{A} = [\mathbf{Ak}]. \tag{1}$$

гко убедиться, что справедливы соотношения:

$$\left.\begin{aligned} [\mathbf{AB}]_z &= \mathbf{A}_t (P\mathbf{B}_t), \\ [\mathbf{AB}]_t &= (P\mathbf{A}_t) B_z - A_z (P\mathbf{B}_t) \\ (P\mathbf{A}_t)\,\mathbf{B}_t &= -\mathbf{A}_t (P\mathbf{B}_t) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$$P^2 = -1, \quad \frac{1}{a - bP} = \frac{a - bP}{a^2 + b^2}, \tag{3}$$

е a и b — любые числа; индекс t означает проекцию вектора на плость t, ортогональную оси Z.

В предположении, что все компоненты поля пропорциональны р$(i\omega t - \gamma z)$ и ось Z совпадает с осью симметрии среды, уравнения ксвелла

$$[\nabla\, \mathbf{E}] = -i\omega \mathbf{B}, \qquad [\nabla\, \mathbf{H}] = i\omega \mathbf{D} \tag{4}$$

ювых обозначениях приводятся к виду:

$$\left.\begin{aligned} \omega(\varepsilon_\text{г} - i\varepsilon P)\,\mathbf{E}_t - (\gamma - \omega\xi_\text{г} + i\omega\xi P)\,\mathbf{H}_t &= \overline{\nabla}_t H_z, && \text{(а)} \\ (\gamma + \omega\eta_\text{г} - i\omega\eta P)\,\mathbf{E}_t + \omega(\mu_\text{г} - i\mu P)\,\mathbf{H}_t &= -\overline{\nabla}_t E_z, && \text{(б)} \\ \overline{\nabla}_t (P\mathbf{H}_t) &= i\omega(\varepsilon_z E_z + \xi_z H_z), && \text{(в)} \\ \nabla_t (P\mathbf{E}_t) &= -i\omega(\eta_z E_z + \mu_z H_z). && \text{(г)} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Уравнения (5, а, б) представляют проекцию векторных уравнений (4) плоскость t, а (5, в, г) — на ось Z, с учетом тождеств (2) и (3) и тношений:

$$\left.\begin{aligned} D_z &= \varepsilon_z E_z + \xi_z H_z, \\ B_z &= \eta_z E_z + \mu_z E_z, \\ \mathbf{D}_t &= (\varepsilon - i\varepsilon_\text{г} P)\,\mathbf{E}_t + (\xi - i\xi_\text{г} P)\,\mathbf{H}_t, \\ \mathbf{B}_t &= (\eta - i\eta_\text{г} P)\,\mathbf{E}_t + (\mu - i\mu_\text{г} P)\,\mathbf{H}_t, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

екающих из определения обобщенной гиротропной среды.

2. Действуя на (5, а, б) один раз оператором $\overline{\nabla}_t$, а другой раз — ратором $P\overline{\nabla}_t$ и учитывая (5, в, г) и (2), находим:

$$\left.\begin{aligned} \ldots\mathbf{E}_t + \xi\,\overline{\nabla}_t\,\mathbf{H}_t &= [(\gamma - \omega\xi_\text{г})\,\varepsilon_z + \omega\varepsilon_\text{г}\eta_z]\,E_z + [(\gamma - \omega\xi_\text{г})\,\xi_z + \omega\varepsilon_\text{г}\mu_z]\,H_z, \\ \ldots\mathbf{E}_t + \mu\,\overline{\nabla}_t\,\mathbf{H}_t &= [(\gamma + \omega\eta_\text{г})\,\eta_z - \omega\mu_\text{г}\varepsilon_z]\,E_z + [(\gamma + \omega\eta_\text{г})\,\mu_z - \omega\mu_\text{г}\xi_z]\,H_z \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} \ldots - \omega\xi_\text{г})\,\overline{\nabla}_t\mathbf{H}_t - \omega\varepsilon_\text{г}\,\overline{\nabla}_t\,\mathbf{E}_t &= -\nabla_t^2 H_z + \omega^2(\xi\varepsilon_z - \varepsilon\eta_z)\,E_z + \omega^2(\xi\xi_z - \varepsilon\mu_z)\,H_z, \\ \ldots\overline{\nabla}_t\mathbf{H}_t + (\gamma + \omega\eta_\text{г})\,\overline{\nabla}_t\,\mathbf{E}_t &= -\nabla_t^2 E_z - \omega^2(\eta\mu_z + \mu\xi_z)\,H_z + \omega^2(\eta\eta_z + \mu\varepsilon_z)\,E_z. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Исключая из (7) и (8) величины $\overline{\nabla}_t \mathbf{E}_t$ и $\overline{\nabla}_t \mathbf{H}_t$, получаем относительн продольных компонент поля два совместных уравнения второго порядк

$$\left.\begin{aligned} \nabla_t^2 E_z + aE_z + bH_z = 0, \\ \nabla_t^2 H_z + cH_z + dE_z = 0, \end{aligned}\right\}$$

где

$$\left.\begin{aligned} a &= A_3B_4 - A_1A_2 - \omega^2(\gamma_{\text{г}}\eta_z + \mu\varepsilon_z), & c &= B_3A_4 - B_1B_2 - \omega^2(\xi\xi_z - \varepsilon\mu_z), \\ b &= A_3B_1 - A_4A_2 + \omega^2(\eta\mu_z + \mu\xi_z), & d &= B_3A_1 - B_4B_2 + \omega_2(\varepsilon\eta_z - \xi\varepsilon_z) \end{aligned}\right\}$$

и

$$\left.\begin{aligned} \Omega\cdot A_1 &= \eta_z\gamma + \omega(\eta_{\text{г}}\eta_z - \mu_{\text{г}}\varepsilon_z), & \Omega\cdot B_1 &= \xi_z\gamma - \omega(\xi_{\text{г}}\xi_z - \varepsilon_{\text{г}}\mu_z), \\ \Omega\cdot A_2 &= \xi\gamma + \omega(\eta_{\text{г}}\xi - \mu_{\text{г}}\varepsilon), & \Omega\cdot B_2 &= \eta\gamma - \omega(\xi_{\text{г}}\eta - \varepsilon_{\text{г}}\mu), \\ \Omega\cdot A_3 &= \mu\gamma + \omega(\eta_{\text{г}}\mu - \mu_{\text{г}}\eta), & \Omega\cdot B_3 &= \varepsilon\gamma - \omega(\xi_{\text{г}}\varepsilon - \varepsilon_{\text{г}}\xi), \\ \Omega\cdot A_4 &= \mu_z\gamma + \omega(\eta_{\text{г}}\mu_z - \mu_{\text{г}}\xi_z), & \Omega\cdot B_4 &= \varepsilon_z\gamma - \omega(\xi_{\text{г}}\varepsilon_z - \varepsilon_{\text{г}}\eta_z). \end{aligned}\right\}$$

Здесь $\Omega = \mu\varepsilon - \xi\eta$.

3. Поперечные компоненты поля легко выражаются через продольн при помощи уравнений (5, а, б), из которых сразу же следует:

$$\left.\begin{aligned} &[\omega^2(\varepsilon_{\text{г}} - i\varepsilon P)(\mu_{\text{г}} - i\mu P) + (\gamma + \omega\eta_{\text{г}} - i\omega\eta P)(\gamma - \omega\xi_{\text{г}} + i\omega\xi P)]\,\mathbf{E}_t = \\ &\qquad = \omega(\mu_{\text{г}} - i\mu P)\overline{\nabla}_t H_z - (\gamma - \omega\xi_{\text{г}} + i\omega\xi P)\overline{\nabla}_t E_z, \\ &[\omega^2(\varepsilon_{\text{г}} - i\varepsilon P)(\mu_{\text{г}} - i\mu P) + (\gamma + \omega\eta_{\text{г}} - i\omega\eta P)(\gamma - \omega\xi_{\text{г}} + i\omega\xi P)]\,\mathbf{H}_t = \\ &\qquad = -(\gamma + \omega\eta_{\text{г}} - i\omega\eta P)\overline{\nabla}_t H_z - \omega(\varepsilon_{\text{г}} - i\varepsilon P)\overline{\nabla}_t E_z. \end{aligned}\right\}$$

Воспользовавшись соотношениями (3) после некоторых простых преоб зований, находим:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= (p + qP)\overline{\nabla}_t E_z + (r + sP)\overline{\nabla}_t H_z, \\ \mathbf{H}_t &= (t + uP)\overline{\nabla}_t E_z + (v + wP)\overline{\nabla}_t H_z, \end{aligned}\right\}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \Delta\cdot p &= -N(\gamma - \omega\xi_{\text{г}}) - iM\omega\xi, & \Delta\cdot v &= -N(\gamma + \omega\eta_{\text{г}}) + iM\omega\eta, \\ \Delta\cdot q &= M(\gamma - \omega\xi_{\text{г}}) - iN\omega\xi, & \Delta\cdot w &= M(\gamma + \omega\eta_{\text{г}}) + iN\omega\eta, \\ \Delta\cdot r &= \omega(N\mu_{\text{г}} - iM\mu), & \Delta\cdot t &= -\omega(N\varepsilon_{\text{г}} - iM\varepsilon), \\ \Delta\cdot s &= -\omega(iN\mu + M\mu_{\text{г}}), & \Delta\cdot u &= \omega(iN\varepsilon + M\varepsilon_{\text{г}}), \end{aligned}\right\}$$

$$N = \omega^2(\varepsilon_{\text{г}}\mu_{\text{г}} + \varepsilon\mu - \eta\xi - \eta_{\text{г}}\xi_{\text{г}}) + \omega\gamma(\eta_{\text{г}} - \xi_{\text{г}}) + \gamma^2,$$
$$M = i\omega[\gamma(\xi - \eta) + \omega(\eta\xi_{\text{г}} - \varepsilon\mu_{\text{г}} - \mu\varepsilon_{\text{г}} + \xi\eta_{\text{г}})],$$
$$\Delta = M^2 + N^2.$$

В случае плоских волн из $\nabla\mathbf{B} = \nabla\mathbf{D} = 0$ следует $E_z = H_z = 0$ (если выполняется специальное соотношение $\eta_z\xi_z = \varepsilon_z\mu_z$). Но тогда из (13) и (получаем:

$$\Delta = M^2 + N^2 = 0, \quad \text{или} \quad N = \pm iM,$$

ибо для того чтобы $\mathbf{E}_t$, $\mathbf{H}_t$ оставались отличными от нуля при $E_z = H_z =$ нужно, чтобы коэффициенты p, q и т. д. обращались при этом в бес нечность. Уравнение (15) позволяет определить постоянные распростра ния плоских продольных волн в обобщенной гиротропной среде.

В случае направляемых волн постоянные распространения опре ляются характеристическим уравнением, которое можно получить, п равняв нулю тангенциальную составляющую E на стенках волново

Приложение 2

Угол поворота и степень эллиптичности поляризации волн

Если поле в комплексном представлении описывается выражением

$$Ae^{i\omega t} = (A_1 e^{-i\varphi} + A_2 e^{i\varphi}) e^{i\omega t} = |A_1| e^{i(\omega t - \varphi - \psi_1)} + |A_2| e^{i(\omega t + \varphi - \psi_2)}, \qquad (1)$$

переходя к мгновенным значениям поля, получаем:

$$\mathrm{Re}(Ae^{i\omega t}) = a = a_0 \cos(\omega t - \psi), \qquad (2)$$

$$a_0 = \sqrt{|A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2|\cos(2\varphi + \psi_1 - \psi_2)} = |A|. \qquad (3)$$

висимость амплитуды поля a_0 от координаты φ дается уравнением иипса. Максимальное значение a_0 (большая ось эллипса) равно $|A_1| + |A_2|$ и имеет место при

$$\varphi_{max} = \theta = \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \pm n \cdot 180^\circ \quad (n = 1, 2, 3, \ldots). \qquad (4)$$

нимальное значение a_0 (малая ось эллипса) равно $|A_2| - |A_1|$ и имеет сто при

$$\varphi_{min} = \theta \pm 90^\circ. \qquad (5)$$

личина θ определяет угол поворота большой оси эллипса поляризации юсительно направления $\varphi = 0$.

Введем в рассмотрение коэффициент поляризации, представляющий юшение комплексных амплитуд волн правого и левого вращения:

$$S = \frac{A_1 e^{-i\varphi}}{A_2 e^{i\varphi}} = \frac{|A_1|}{|A_2|} e^{-i2(\varphi - \theta)} = -\frac{|A_1|}{|A_2|} e^{-i2(\varphi - \varphi_{min})}. \qquad (6)$$

гда

$$|A|^2 = |A_2 e^{i\varphi}|^2 \cdot |1 + S|^2 = |A_2|^2 \{1 + |S|^2 - 2|S|\cos 2(\varphi - \varphi_{min})\} \qquad (7)$$

$$|A|^2_{min} = |A_2|^2 (1 - |S|)^2. \qquad (8)$$

пи

$$|A|^2 = n^2 |A|^2_{min}, \qquad (9)$$

$$n^2 = 1 + \frac{4|S|}{(1 - |S|)^2} \sin^2(\varphi_{1,2} - \varphi_{min}) = 1 + \left(\frac{1}{Э^2} - 1\right) \sin^2(\varphi_{1,2} - \varphi_{min}),$$

и

$$Э^2 = \frac{\sin^2(\varphi_{1,2} - \varphi_{min})}{n^2 - \cos^2(\varphi_{1,2} - \varphi_{min})}, \qquad (10)$$

$$Э = \frac{1 - |S|}{1 + |S|} = \frac{|A_2| - |A_1|}{|A_2| + |A_1|} \qquad (11)$$

степень эллиптичности, представляющая отношение малой оси эллипса яризации к большой; $\varphi_{1,2}$ — угловые положения, которым соответствует ошение (9). Очевидно, что $\varphi_1 - \varphi_{min} = \varphi_{min} - \varphi_2$, т. е. $\varphi_{min} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$.

При $n^2 = 2$ выражение (10) принимает вид:

$$Э^2 = \frac{\sin^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)}{1 + \sin^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)}.$$

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Цитированная литература

1. Tellegen B. D. H., Philips Res. Rep., **3**, 81 (1948).
2. Фабриков В. А., Диссертация, МЭИ им. В. М. Молотова, 1955.
3. Борн М., Оптика.— 1937 г.
4. Polder D., Phil. Mag., **40**, 99 (1949).
5. Rado G. T., Phys. Rev., **89**, 529 (1953).
6. Wangsness R. K., Phys. Rev., **95**, 339 (1954).
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Sow. Phys., **8**, 153 (1935).
8. Birks J. B., Proc. Phys. Soc., **60**, 282 (1948).
9. Rado G. T., Wright R. W., Emerson W. H., Phys. Rev., **80**, 2 (1950).
10. Фабриков В. А., ДАН СССР, **103**, 807 (1955).
11. Поливанов К. М., Колли Я. Н., Хасина М. Б., Изв. АН ССС Серия физич., **18**, 350 (1954).
12. Кондорский Е. И., ДАН СССР, **70**, 215 (1950); **74**, 213 (1950); **80**, 1 (1951); **82**, 365 (1952).
13. Van Trier A. A. Th. M., Appl. Sci. Res., Sect. B, **3**, 305 (1953).
14. Suhl H., Walker L. R., Bell. Syst. Techn. Journ., **33**, № 3 (1954).

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР
XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

В. А. ФАБРИКОВ и Я. Н. КОЛЛИ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ГИРОМАГНИТНЫХ СРЕД

1. Гиромагнитной называется среда, тензор относительной магнит- проницаемости которой можно привести к виду:

$$\mu_{ik} = \begin{pmatrix} \mu & -i\mu_{г} & 0 \\ i\mu_{г} & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{pmatrix}. \tag{1}$$

кая среда обладает способностью поворачивать направление поляри-ции волны, распространяющейся в ней вдоль оси Z (в системе коор-ат, в которой составляющие тензора проницаемости даются выраже-м (1)).

На больших частотах, как показал Полдер [1], гиромагнитным стано-ся любой магнитный материал, намагничиваемый постоянным маг-ным полем. Практически для создания гиромагнитной среды пригодны ериалы, обладающие большой намагниченностью насыщения и доста-но прозрачные в рабочем диапазоне частот, например ферриты на СВЧ.

Гиромагнитная среда является частным случаем линейной электро-амической среды. Гиротропные свойства ее определяются наличием нственной оси симметрии. Всякую задачу, связанную с периодиче-ми явлениями в такой среде, следует рассматривать обычным фено-ологическим методом, т. е. при помощи уравнений Максвелла.

Решение уравнений Максвелла для продольного распространения на-вляемых волн в гиромагнитной (в некоторых работах — и гироэлек-ческой) среде почти одновременно дано рядом авторов — М. А. Гинц-гом [2], Сулом и Уокером [3], Кэйлсом [4], Гамо [5], Ван-Триером Найдено трансцендентное характеристическое уравнение, опре-яющее постоянную распространения γ для различных типов нормаль- волн гиротропного волновода с заданными параметрами, входящую равнение во второй степени.

Для продольных волн в обобщенной гиротропной среде — линейной ктродинамической среде, характеризуемой наличием единственной оси метрии,— уравнения Максвелла решены одним из авторов настоящей оты [7, 8]. Интересной особенностью общего случая является новое йство — однонаправленность, обусловленная псевдотензорным харак-ом возможной линейной связи между истинными векторами поля **D** и псевдовекторами **H** и **B**.

Следует отметить, что практически использовать трансцендентное ха-теристическое уравнение при необходимости рассчитать постоянную пространения гиротропной волны можно лишь при помощи не очень стых графических методов [3] или при помощи метода иттерации (11). и при известных постоянных распространения различных типов гиро-нных волн задача удовлетворения граничным условиям на поверхности дела двух волноводов, один из которых гиротропен, очень сложна и бует учета всего бесконечного спектра нормальных волн обоих волно-в. Трудность согласования на общей поверхности раздела решений изотропного и гиротропного волноводов обусловлена тем, что в гиро-

тропном волноводе распределение поля по сечению определяется не тольк
размерами сечения, но и параметрами среды.

Между тем, практическое использование гиротропных сред*, приме
няемых на СВЧ для создания однонаправленных систем передачи и различ
ных видов управляемых аттенюаторов, переключателей и т. д., требуе
методов расчета, позволяющих связывать экспериментально определяе
мые величины (угол поворота и степень эллиптичности волны на выход
комплексный коэффициент отражения на входе) с параметрами сред
Необходимость учета при этом конечной толщины гиротропного образ
выявлена на примере плоских волн в гиротропном слое (при согласова
ной нагрузке на выходе) в работе К. М. Поливанова, Я. Н. Колли
М. Б. Хасиной [9].

В данной работе показывается возможность инженерного расчета н
которых случаев применения гиромагнитных сред. Рассматривается з
дача о гиромагнитной шайбе конечной толщины, полностью заполняющ
сечение круглого волновода с произвольной нагрузкой на конце.

2. Решение задачи возможно в одном из двух приближений — пр
ближении плоских волн, когда диаметр волновода принимается достаточн
большим по сравнению с длиной волны в гиромагнитном материале, и пе
вом приближении по гиромагнитному параметру $\mu_г$, когда среда прин
мается слабогиромагнитной.

В обоих случаях поле в гиромагнитной среде можно представить су
мой двух волн круговой поляризации правого и левого вращения, отн
сительно которых среда характеризуется эффективными скалярными пр
ницаемостями [7—9], или, что то же самое, эффективными волновыми с
противлениями рабочему типу волны (при известных постоянных распр
странения). Такое разложение поля на волны круговой поляризации, оч
видно, возможно и для изотропных частей волновода.

Найдем для каждой из составляющих волн в отдельности по обычн
методике, применимой к расчету изотропной среды, коэффициенты отражен

$$\rho_{1,2}=\frac{A^-_{1,2}}{A^+_{1,2}}=\frac{(Z_{1,2}-1/Z_{1,2})+2n\,\mathrm{cth}\,\gamma_{1,2}l-n\,(Z_{1,2}+1/Z_{1,2})}{(Z_{1,2}+1/Z_{1,2})+2\,\mathrm{cth}\,\gamma_{1,2}l-n\,(Z_{1,2}-1/Z_{1,2})}\qquad (\ldots$$

и передачи

$$K_{1,2}=\frac{C^+_{1,2}}{A^+_{1,2}}=\frac{1}{\mathrm{ch}\,\gamma_{1,2}l+\frac{1}{2}(Z_{1,2}+1/Z_{1,2})\,\mathrm{sh}\,\gamma_{1,2}l-\frac{n}{2}(Z_{1,2}-1/Z_{1,2})\,\mathrm{sh}\,\gamma_{1,2}l},\qquad (\ldots$$

где A и C — амплитуды волн соответственно на входе и выходе шайб
Z — нормированное эффективное волновое сопротивление шайбы; $n=C^-/C^+$
коэффициент нагрузки на выходе (см. Приложение 1). Индексы (+) и (-
относятся к прямой и обратной, а индексы 1 и 2 — к право- и левопол
ризованным волнам.

Если прямая волна перед шайбой поляризована линейно, т.
$A^+_1=A^+_2$, то полный коэффициент отражения на входе, определяем
экспериментально при помощи измерительной линии (в плоскости пол
ризации падающей волны), равен

$$\rho=\frac{1}{2}(\rho_1+\rho_2).$$

Угол поворота и степень эллиптичности поляризации волны на выхо
удобно характеризовать комплексным коэффициентом поляризации
представляющим собой отношение комплексных амплитуд волн прав
и левого вращения на выходе образца. Воспользовавшись выраж

* В настоящее время практически реализуются гиромагнитная и гироэлект
ческая среды.

тем (3), находим

$$S = \frac{C_1}{C_2} = \frac{2\,\mathrm{ch}\,\gamma_2 l + (Z_2 + 1/Z_2)\,\mathrm{sh}\,\gamma_2 l - n\,(Z_2 - 1/Z_2)\,\mathrm{sh}\,\gamma_2 l}{2\,\mathrm{ch}\,\gamma_1 l + (Z_1 + 1/Z_1)\,\mathrm{sh}\,\gamma_1 l + n\,(Z_1 - 1/Z_1)\,\mathrm{sh}\,\gamma_2 l}. \tag{5}$$

ри согласованной нагрузке на выходе $n = 0$ и

$$S = \frac{2\,\mathrm{ch}\,\gamma_2 l + (Z_2 + 1/Z_2)\,\mathrm{sh}\,\gamma_2 l}{2\,\mathrm{ch}\,\gamma_1 l + (Z_1 + 1/Z_1)\,\mathrm{sh}\,\gamma_1 l}. \tag{6}$$

В случае среды с потерями, когда $\mathrm{Re}\,(\gamma_{1,2} l)$ достаточно велико, чтобы ожно было считать

$$\mathrm{ch}\,\gamma_{1,2} l = \mathrm{sh}\,\gamma_{1,2} l = \frac{1}{2} e^{\gamma_{1,2} l}, \tag{7}$$

ри $n = 0$ выражения для S и ρ принимают вид:

$$S = \frac{2 + (Z_2 + 1/Z_2)}{2 + (Z_1 + 1/Z_1)} e^{(\gamma_2 - \gamma_1)\,l},$$

$$\rho = \frac{1}{2}\left(\frac{Z_1 - 1}{Z_1 + 1} + \frac{Z_2 - 1}{Z_2 + 1}\right) = \frac{Z_1 Z_2 - 1}{(Z_1 + 1)(Z_2 + 1)}. \tag{8}$$

ля слабогиромагнитной среды

$$\gamma_{1,2} = \gamma_0 \mp \Delta\gamma, \quad Z_{1,2} = Z_0 \pm \Delta Z, \tag{9}$$

ричем

$$\gamma_0 = \gamma_0(\mu, \varepsilon), \quad Z_0 = Z_0(\mu, \varepsilon), \quad \frac{\Delta\gamma}{\gamma_0} \ll 1, \quad \frac{\Delta Z}{Z_0} \ll 1. \tag{10}$$

рименив формулы разложения функций в ряд Тейлора:

$$\left.\begin{aligned} f(x_0 \pm \Delta x) &= f(x_0) \pm \Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{x=x_0} + \ldots \\ \frac{\varphi(x_0 + \Delta x)}{\varphi(x_0 - \Delta x)} &= 1 + 2\,\Delta x \left(\frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)}\right)_{x=x_0} + \ldots, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

выражений (3) — (5) получим:

$$S = 1 + \Delta\gamma l \frac{1 + (r_1 Z_0 + r_2/Z_0)\,\mathrm{cth}\,\gamma_0 l + 1/l \left[\frac{\partial}{\partial\gamma}(r_1 Z + r_2/Z)\right]_{\gamma=\gamma_0}}{\mathrm{cth}\,\gamma_0 l + (r_1 Z_0 + r_2/Z_0)}, \tag{12}$$

е $r_1 = \frac{1-n}{2}$, $r_2 = \frac{1+n}{2}$, и

$$\rho = \rho_0 = \frac{(Z_0 - 1/Z_0) + 2n\,\mathrm{cth}\,\gamma_0 l - n\,(Z_0 + 1/Z_0)}{(Z_0 + 1/Z_0) + 2\,\mathrm{cth}\,\gamma_0 l - n\,(Z_0 - 1/Z_0)}. \tag{13}$$

При согласованной нагрузке $n = 0$ и

$$S = 1 + \Delta\gamma l \frac{2 + (Z_0 + 1/Z_0)\,\mathrm{cth}\,\gamma_0 l + 1/l \left[\frac{\partial}{\partial\gamma}(Z + 1/Z)\right]_{\gamma=\gamma_0}}{2\,\mathrm{cth}\,\gamma_0 l + (Z_0 + 1/Z_0)}. \tag{12a}$$

Из формул (12) и (13) следует, что коэффициент отражений и зависимость эффициента поляризации от толщины слабогиромагнитного образца ределяются обычными изотропными параметрами вещества ε, μ. Гиро-гнитные свойства образца, характеризуемые величиной $\mu_г$, сказываются величине коэффициента поляризации.

3. Коэффициент поляризации так же просто связан с экспериментально ределяемыми величинами угла поворота и степени эллиптичности поля-зации волны на выходе образца [8], как коэффициент отражения — коэффициентом бегущей волны и положением минимума напряженности ектрического поля на входе образца.

Измерив S и ρ при двух известных нагрузках на выходе (например при коротком замыкании $n = -1$ и при холостом ходе $n = 1$), по формулам (3) — (5) можно рассчитать величины $Z_{1,2}$ и $\gamma_{1,2}$. Удобнее, однако производить измерения при трех известных нагрузках (например $n = 0, \pm 1$) и рассчитывать по формулам (3) — (5) величины $Z_{1,2}$, $\operatorname{sh}\gamma_{1,2}l$, $\operatorname{ch}\gamma_{1,2}l$, используя для проверки правильности полученных результатов тождество

$$\operatorname{ch}^2\gamma_{1,2}l - \operatorname{sh}^2\gamma_{1,2}l = 1.$$

В слабогиромагнитном случае можно ограничиться двумя измерениями ρ (при $n = \pm 1$) и одним измерением S (при $n = 0$), определяя затем из экспериментальных данных в соответствии с формулами (12) и (13) величины:

$$\left.\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{\frac{1+\rho_x}{1-\rho_x}\frac{1+\rho_k}{1-\rho_k}} = \sqrt{Z^x_{\text{вх}}\cdot Z^k_{\text{вх}}},\\ \operatorname{cth}\gamma_0 l &= \sqrt{\frac{1+\rho_x}{1-\rho_x}\cdot\frac{1+\rho_k}{1+\rho_k}} = \sqrt{Z^x_{\text{вх}}/Z^k_{\text{вх}}} \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

и

$$\left.\begin{aligned} \Delta\gamma &= \frac{1}{2}\cdot\frac{2\operatorname{cth}\gamma_0 l + (Z_0 + 1/Z_0)}{l\,[2 + (Z_0 + 1/Z_0)\operatorname{cth}\gamma_0 l] + \left\{\frac{\partial}{\partial\gamma}(Z + 1/Z)\right\}_{\gamma=\gamma_0}}(S_{n=0} - 1),\\ S - 1 &= \left(\frac{1-Э}{1+Э}\cos 2\theta - 1\right) + i\left(\frac{1-Э}{1+Э}\sin 2\theta\right), \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

где $Z^x_{\text{вх}}$ — входное сопротивление шайбы при $n = 1$, а $Z^k_{\text{вх}}$ — соответственно при $n = -1$; θ — угол поворота и $Э$ — степень эллиптичности (под которой понимается отношение малой оси эллипса поляризации к большой) поляризации волны на выходе образца.

Для получения окончательных формул, связывающих экспериментально определяемые величины S и ρ с электромагнитными параметрами вещества $\varepsilon, \mu, \mu_г$, остается выразить через эти параметры величины $Z_{1,2}$ и $\gamma_{1,2}$ (в слабогиромагнитном случае также и $Z_0, \gamma_0, \Delta\gamma$).

В случае плоских волн имеем (см., например, [8, 9]):

$$Z_{1,2} = \sqrt{\frac{(\mu \pm \mu_г)}{\varepsilon}}, \quad \gamma^2_{1,2} = -\omega^2\varepsilon(\mu \pm \mu_г)\varepsilon_0\mu_0, \quad (16)$$

где μ_0 и ε_0 — магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума.

Для слабогиромагнитной шайбы, полностью заполняющей сечение круглого волновода радиуса R, изотропная часть которого пропускает лишь основной тип волны H_{11}, имеем* (при дополнительном условии $\mu_z = \mu$):

$$Z_{1,2} = Z_0\frac{\gamma_{1,2}}{\gamma_0}, \quad \gamma_{1,2} = \gamma_0\left(1 \pm 0{,}42\frac{\mu_г}{\mu}\right), \quad (17)$$

$$Z_0 = \frac{\mu\gamma_в}{\gamma_0}, \quad \gamma_0^2 = \left(\frac{1{,}84}{R}\right)^2 - \omega_2\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0, \quad \gamma_в^2 = \left(\frac{1{,}84}{R}\right)^2 - \omega^2\varepsilon_0\mu_0.$$

При этом формулы (12) и (15) принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} S &= 1 + 2\,\Delta\gamma l\,\frac{1 + (r_1 Z_0 + r_2/Z_0)\operatorname{cth}\gamma_0 l + \frac{1}{\gamma_0 l}(r_1 Z_0 - r_2/Z_0)}{\operatorname{cth}\gamma_0 l + (r_1 Z_0 + r_2/Z_0)},\\ \Delta\gamma &= \frac{1}{2}\cdot\frac{2\operatorname{cth}\gamma_0 l + (Z_0 + 1/Z_0)}{l\,[2 + (Z_0 + 1/Z_0)\operatorname{cth}\gamma_0 l] + \frac{1}{\gamma_0}(Z_0 - 1/Z_0)}(S_{n=0} - 1). \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

---

* См. Приложение 2.

Значения постоянных распространения, полученные в приближении плоских волн, можно проконтролировать, а в некоторых случаях и уточнить при помощи метода иттерации, путем подстановки их в трансцендентное характеристическое уравнение, определяющее постоянную распространения в волноводе основного типа гиротропной волны. Соответствующий расчет в частном случае шайбы из Ni-Zn-феррита толщиной 0,5 мм, полностью заполняющей сечение круглого волновода ф 82 мм и намагничиваемой продольным постоянным полем $H = 1400$ Ое, при длине электромагнитной волны 10 см показал [11], что значения $\gamma_{1,2}$, определяемые по формулам плоских волн и из трансцендентного характеристического уравнения для волны типа квази-H_{11}, различаются на 6%.

Расчетные формулы (13) и (18), относящиеся к слабогиромагнитным средам в круглом волноводе, были использованы и подтверждены при исследовании эффекта Фарадея в парафино-ферритовых смесях. Следует отметить хорошее совпадение расчетной и экспериментальной кривых зависимости эффекта от толщины продольно намагничиваемой парафино-ферритовой шайбы в круглом волноводе [7].

Приложение 1

Коэффициенты отражения и передачи волны однородной изотропной шайбой в волноводе

Разобьем пространство внутри волновода на три области: области I и III соответствуют пустым участкам волновода, область II — части волновода, заполненной шайбой.

Поле каждой из трех областей определим в ортогональной системе координат ξ, η, z выражениями:

$$\left.\begin{aligned} &\text{I.}\quad E_\xi = E_\xi^+ + E_\xi^- = A_1 e^{-i\beta z} + A_2 e^{i\beta z},\\ &\text{II.}\quad E_\xi = E_\xi^+ + E_\xi^- = B_1 e^{-\gamma z} + B_2 e^{\gamma z},\\ &\text{III.}\quad E_\xi = E_\xi^+ + E_\xi^- = C_1 e^{-i\beta z} + C_2 e^{i\beta z}, \end{aligned}\right\} \quad H_\eta = \frac{E_\xi^+ - E_\xi^-}{Z}. \tag{1}$$

Введем обозначения:

$$n = \frac{C_2}{C_1}, \quad Z = \frac{Z_{\text{II}}}{Z_{\text{I, III}}}. \tag{2}$$

Справедливость интегральных соотношений (1) определяется одинаковой зависимостью соответствующих компонент поля во всех трех областях от координат ξ, η в плоскости сечения волновода.

Для нахождения произвольных постоянных в решениях уравнений Максвелла, представленных выражениями (1), используем граничные условия на торцах шайбы, вытекающие из требования непрерывности тангенциальных составляющих поля:

Граница I — II

$$\left.\begin{aligned} &A_1 + A_2 = B_1 + B_2,\\ &(A_1 - A_2)\, Z = B_1 - B_2, \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} &A_1 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{Z}\right) B_1 + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{Z}\right) B_2,\\ &A_2 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{Z}\right) B_1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{Z}\right) B_2; \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Граница II — III

$$\left.\begin{aligned} &B_1 e^{-\gamma l} + B_2 e^{\gamma l} = C_1 (1 + n),\\ &B_1 e^{-\gamma l} - B_2 e^{\gamma l} = Z C_1 (1 - n), \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} &B_1 = \left(\frac{1+Z}{2} + n\frac{1-Z}{2}\right) C_1 e^{\gamma l},\\ &B_2 = \left(\frac{1-Z}{2} + n\frac{1+Z}{2}\right) C_1 e^{-\gamma l}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), легко находим:

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{A_1}{\operatorname{ch}\gamma l + \frac{1}{2}(Z+1/Z)\operatorname{sh}\gamma l - \frac{n}{2}(Z-1/Z)\operatorname{sh}\gamma l}, \\ A_2 &= C_1\left[n\operatorname{ch}\gamma l + \frac{1}{2}(Z-1/Z)\operatorname{sh}\gamma l - \frac{n}{2}(Z+1/Z)\operatorname{sh}\gamma l\right] = \\ &= A_1\frac{n\operatorname{ch}\gamma l + \frac{1}{2}(Z-1/Z)\operatorname{sh}\gamma l - \frac{n}{2}(Z+1/Z)\operatorname{sh}\gamma l}{\operatorname{ch}\gamma l + \frac{1}{2}(Z+1/Z)\operatorname{sh}\gamma l - \frac{n}{2}(Z-1/Z)\operatorname{sh}\gamma l}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Этим сразу же определяются коэффициенты передачи и отражения:

$$\left.\begin{aligned} K &= \frac{C_1}{A_1} = \frac{1}{\operatorname{ch}\gamma l + \frac{1}{2}(Z+1/Z)\operatorname{sh}\gamma l - \frac{n}{2}(Z-1/Z)\operatorname{sh}\gamma l}, \\ \rho &= \frac{A_2}{A_1} = \frac{(Z-1/Z) + 2n\operatorname{cth}\gamma l - n(Z+1/Z)}{(Z+1/Z) + 2\operatorname{cth}\gamma l - n(Z-1/Z)}. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Приложение 2

Методика определения эффективного волнового сопротивления слабогиромагнитной шайбы волне основного типа в круглом волноводе

Решение граничной задачи на торце гиротропной шайбы в волноводе требует разложения гиротропных волн, возникающих на внутренней поверхности торца, в бесконечный ряд негиротропных составляющих, т. е. функций с единичной амплитудой, задающих распределение по сечению волновода поля различных типов негиротропных волн. Приравняв коэффициенты разложения амплитудам соответствующих негиротропных волн, возникающих на внешней поверхности торца, получим бесконечную систему уравнений для определения бесконечного числа неизвестных амплитуд гиротропных и негиротропных волн, возбуждаемых на торце.

В волноводе, пропускающем лишь один тип волны, нас интересуют непосредственно амплитуды только этого типа волны, ибо все остальные волны затухают у поверхности шайбы и на распределение поля в волноводе вне шайбы почти не влияют. Другими словами, нас интересуют лишь первые коэффициенты разложения по негиротропным составляющим. Но чтобы найти эти коэффициенты, нужно знать распределение поля в шайбе, рассчитать которое без учета всех высших типов гиротропных и негиротропных волн невозможно.

Однако в случае слабогиромагнитной среды в первом приближении по малому гиромагнитному параметру $\mu_г$, считая амплитуды всех гиротропных волн в шайбе, кроме волны типа квази-H_{11}, величинами первого порядка малости, падающую на шайбу волну H_{11} можно связывать только с волной типа квази-H_{11}. В выражении для интересующего нас первого коэффициента разложения все члены, обусловленные высшими типами гиротропных волн, будут величинами второго порядка малости.

Шайбу можно рассматривать как изотропную, описывая в ней волну H_{11} (точнее, составляющую этой волны, поляризованную по кругу в правую или левую сторону) постоянной распространения волны типа квази-H_{11} и эффективным волновым сопротивлением, равным отношению первых членов разложения поперечных компонент электрического и магнитного полей волны типа квази-H_{11}. Используя условия ортогональности и нормировки негиротропных составляющих и теоремы Грина и Стокса для

двумерных преобразований поверхностных интегралов в линейные, можно рассчитать это отношение и определить таким образом эффективное волновое сопротивление.

Найденные в работе [7] по такой методике выражения для эффективных волновых сопротивлений слабогиромагнитной шайбы в круглом волноводе поляризованным по кругу волнам типа H_{11} приведены в тексте статьи (формулы (17)).

Московский энергетический институт
им. В. М. Молотова

Цитированная литература

1. Polder D., Phil. Mag., **40**, 99 (1949).
2. Гинцбург М. А., ДАН СССР, 95, 489 (1954); Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, 455 (1954); Диссертация, МЭИ им. В. М. Молотова, 1953.
3. Suhl H., Walker L. R., Phys. Rev., **86**, 122 (1952); Bell. Syst. Techn. Journ., **33**, № 3 (1954).
4. Kales M. L., Trans. IRE, Antennas Propag., *4*, 104 (1952); J. Appl. Phys., **24**, 604 (1953).
5. Gamo H. J., Phys. Soc. Japan, **8**, 176 (1953).
6. Van Trier A. A. Th. M., Appl. Sci. Res., Sect. B, **3**, 305 (1953).
7. Фабриков В. А., Диссертация, МЭИ им. В. М. Молотова, 1955.
8. Фабриков В. А., см. в настоящем номере журнала, стр. 1318.
9. Поливанов К. М., Колли Я. Н., Хасина М. Б., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, 350 (1954).
10. Фабриков В. А., ДАН СССР, **103**, 807 (1955).
11. Колли Я. Н., Диссертация, МЭИ им. В. М. Молотова, 1955.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

Л. А. ФОМЕНКО

МАГНИТНЫЕ СПЕКТРЫ ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ Ni-Zn-ФЕРРИТОВ В ДИАПАЗОНЕ РАДИОЧАСТОТ ПРИ ТЕМПЕРАТУРАХ, БЛИЗКИХ К ТОЧКЕ КЮРИ

1. Введение

Зависимость радиочастотных магнитных спектров вещества поликристаллических смешанных ферритов от температуры впервые частично была обследована Линденховиусом ([1], стр. 93), исследования которого, однако, включали в себя только лишь измерения кривых дисперсии и поэтому исключали возможность получения количественных, а в некоторой мере также и качественных выводов в отношении общего характера температурной зависимости магнитных спектров, т. е., по Аркадьеву [2], кривых дисперсии вещественной (упругой) $\mu(f)$* и абсорбции мнимой (вязкой) $\rho'(f)$ составляющих комплексной магнитной проницаемости вещества ферромагнетика $\mu' = \mu - j\rho'$.

Результаты полных исследований магнитных спектров ферритов, включавшие в себя измерения как дисперсионных, так и абсорбционных кривых при различных температурах, были приведены в работах автора [3] и Радо, Райта, Эмерсона и Терриса [4]. Общий характер температурной зависимости радиочастотных магнитных спектров, обнаруженный в работах [3, 4], согласуется с качественными данными Линденховиуса, а также Смита и Вейна ([5], стр. 116), хотя и существенно отличен от характера аналогичной зависимости монокристальных образцов [6, 7]. Количественно зависимость спектров вещества ферритов от температуры в работах [3, 4] была описана различными формулами. В работе Радо, Райта, Эмерсона и Терриса [4] эта зависимость описана формулой

$$f_0 \approx f_0' \approx F_0' \approx gJ_s, \tag{1}$$

где g — фактор спектроскопического расщепления; f_0, f_0' — средние резонансные частоты соответственно радиочастотной и сверхвысокочастотной дисперсий вещества сплошного поликристаллического образца феррита, определяемые как $f_0 \approx f_u$, $f_0' = f_u'$; F_0' — средняя резонансная частота сверхвысокочастотной дисперсии того же образца феррита, но истолченного в мельчайший квази однодоменный порошок, который был смешан с воском; f_u, f_u', F_u' — соответственно частоты максимумов абсорбции; J_s — намагниченность насыщения.

В работе [3] та же зависимость описана формулой

$$f_u \approx f_0 \approx C\,(J_s / (\mu_a - 1)), \tag{2}$$

где μ_a — начальная проницаемость, C — некоторая постоянная вещества ферромагнетика, приближенно равная гиромагнитному отношению для спина электрона $ge/2mc \approx e/mc$.

Теоретическим обоснованием последнего выражения могут служить формулы Сноека (5) и Дёринга (6) при соблюдении условия (7) (см. ниже).

Расчеты по формуле (2) с использованием данных [4] о зависимости левой части формулы $f_u \approx f_0$ от температуры показывают, что согласие

* f — частота очень слабого переменного магнитного поля.

с экспериментом при этом получается очень хорошее, чего нельзя сказать в отношении выражения (1). Это указывает на количественно одинаковый характер зависимости радиочастотных магнитных спектров от температуры в работах [3, 4].

Измерения зависимости магнитных спектров ферритов от температуры в перечисленных работах производились в области температур $t<\theta$, где θ — температура ферромагнитной точки Кюри. Целью настоящей работы, излагающей результаты измерения одного из образцов Ni-Zn-ферритов, является исследование зависимости радиочастотных магнитных спектров ферромагнитных веществ данной группы от температуры при температурах, близких к точке Кюри $\theta \geqslant t \geqslant \theta$, а также проверка возможности описания данной зависимости при помощи выражения (2).

2. Объект и методика исследования

1. При выборе объекта исследования настоящей работы в целях обеспечения возможности измерения в широком диапазоне температур основное внимание было обращено на то, чтобы кривая $\mu_a(t)$ этого объекта после температуры θ не спадала резко к единице, а имела бы по возможности длинный «хвост». В результате обследования большого числа образцов был выбран тороидальный сердечник Ni-Zn-феррита типа оксифер-2000-I [8] с пониженной против типовых образцов точкой Кюри. Размеры образца были следующими: наружный ϕ тороида 37,4 мм, внутренний ϕ 23,4 мм, аксиальная толщина 4,38 мм.

2. Насыщение у ферритов наступает при очень больших напряженностях поля. Однако начиная с 10 ÷ 60 Oe индукция феррита меняется очень мало и эту величину условно обычно [9] принимают в качестве индукции насыщения. В нашем случае J_s приближенно определялась путем экстраполяции квази-горизонтальных частей кривых намагничивания $J(H)$, снятых в полях до 200 Oe при различных температурах на баллистической установке, на ось $H=0$. Полученные данные для J_s, согласно [10], в области температур $t \geqslant \theta$ должны рассматриваться как ориентировочные — приуменьшенные.

В качестве начальной проницаемости образца была принята его высокочастотная проницаемость, измеренная в очень слабых переменных полях в области постоянных значений μ при $f \ll f_u$ при помощи высокочастотного моста. Согласно [5, 11] величина этой проницаемости приближенно равна μ_a, измеренной баллистическим способом, или проницаемости, измеренной при звуковых частотах.

Температура ферромагнитной точки Кюри, по ([12], стр. 67; [13, 14]), определялась путем экстраполяции кривых $J_s(t)$ и $\mu_a(t)$.

3. Исследования магнитных спектров производились согласно методике работ [3, 15] и включали в себя две независимые группы экспериментов: а) исследование зависимостей $\mu(t)$, $\rho'(t)$ и $\operatorname{tg}\delta(t)=\rho'(t)/\mu(t)$ от температуры при различных частотах; б) исследование зависимостей кривых $\mu(f)$ и $\rho'(f)$ от температуры.

Нагрев образца осуществлялся в масляной ванне при помощи ультратермостата. Обмотка исследуемого ферритового сердечника подключалась к высокочастотному мосту при помощи короткого отрезка (~ 15 см) высокочастотного коаксиального кабеля, влияние которого на результаты измерений исключалось расчетным путем (см., например, [16], стр. 137). Применялась также упрощенная аппаратура нагрева, которая позволяла сократить длину проводников, подключавших образец к мосту. Измерения комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon'=\varepsilon - j\sigma'$ феррита, а также его удельного электросопротивления ρ производились на высокочастотном мосте и на постоянном токе в слабых электрических полях. Принимались возможные меры к повышению точности магнитных и электрических [17] измерений и исключения влияния на нее фактора случайности.

3. Вспомогательные измерения и исследование температурной зависимости проницаемостей и тангенса угла потерь при различных частотах

1. Температурные зависимости начальной проницаемости и намагниченности насыщения образца феррита представлены на рис. 1. Несколько пониженное против типовых данных [8] значение J_s при 20°, а также отсутствие заметного максимума на кривой $\mu_a(t)$ объясняются более низким значением точки Кюри обследуемого образца, которая, по данным рис. 1, определяется как $\theta \approx 70°$.

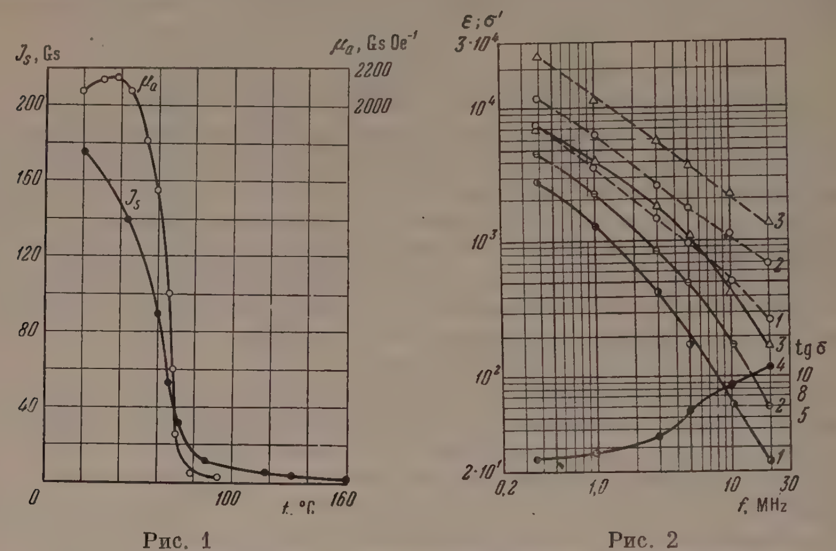


Рис. 1 Рис. 2

Рис. 1. Зависимость J_s и μ_a Ni-Zn-феррита от температуры

Рис. 2. Зависимость вещественной ε (сплошные кривые) и мнимой σ' (пунктирные кривые) составляющих комплексной диэлектрической проницаемости и тангенса угла потерь ($\operatorname{tg}\delta = \sigma'/\varepsilon$) Ni-Zn-феррита от частоты при различных температурах: *1* — ε и σ' при 20°, *2* — ε и σ' при 65,8°, *3* — ε и σ' при 117°, *4* — tg δ при 20°

Результаты исследования ε, σ' и ρ образца феррита представлены на рис. 2 и 3. Расчеты показывают, что в диапазоне частот исследования влиянием объемного резонанса [18—20], а также поверхностного эффекта [2, 3, 18—20] на результаты измерений можно пренебречь. Измерение $\rho(t)$ феррита показало, что, в согласии с [17, 21, 22], эта зависимость имеет обычный для полупроводников (рис. 3) характер линейной зависимости $\lg \rho = \varphi(1/T)$; в области точки Кюри, как это было отмечено в работе [22], наблюдается излом прямой, что подтверждает правильность нашего определения температуры θ. Аномальное изменение хода кривых в области θ наблюдается также и для зависимостей $\varepsilon(t)$ и $\sigma'(t)$, на что уже указывалось в работе [23].

2. Результаты исследования зависимости μ, ρ' и tg δ от температуры при различных частотах в виде ряда экспериментальных точек нанесены на графиках рис. 4 и 5.

Характерной особенностью хода всех кривых $\operatorname{tg}\delta(t)$ является наличие максимума $\operatorname{tg}\delta_{max}$ при температуре $t_{\delta_{max}}$. Кривые *1*—*3* рис. 4, снятые при частотах $f \leqslant f_u$, имеют максимум при $t = t_{\delta_{max}} \approx 60° \leqslant \theta$, не зависящей от частоты, при которой производились измерения. Несколько иначе обстоит дело с кривыми *4*—*6*, для которых $f > f_u$. В этом случае температура $t_{\delta_{max}}$ обнаруживает зависимость от частоты и с повышением частоты постепенно понижается.

Смещаются также * в область более низких значений с ростом частоты температуры, соответствующие (рис. 5) термическим максимумам проницаемостей μ (максимум Гопкинсона) и ρ', причем температуры, которые соответствуют ρ'_{max}, не равны и неизменно выше температур, при которых наблюдается μ_{max}.

Так как, согласно [3, 15] для частот $0{,}01\, f_u \leqslant f \leqslant f_u$

$$\operatorname{tg}\delta = \rho'/\mu \sim f/f_u \sim (f/C)\,[(\mu_a - 1)/J_s], \tag{3}$$

то при $f \leqslant f_u$ и ход зависимости $\operatorname{tg}\delta\,(t)$, представленный на рис. 4 (кривые *1*—*3*), может быть описан вначале постепенным понижением, а затем повышением частоты f_u.

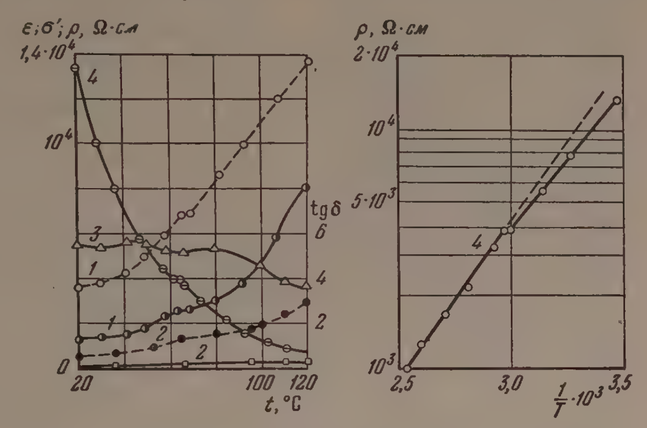


Рис. 3. Зависимость ε, σ', $\operatorname{tg}\delta$ при различных частотах и удельного электросопротивления ρ Ni-Zn-ферритов от температуры: *1* — ε и σ' при 1 MHz; *2* — ε и σ' при 10 MHz; *3* — $\operatorname{tg}\delta$ при 1 MHz; *4* — ρ, измеренное на постоянном токе при постоянном напряжении 1V (поверхность образца перед измерением тщательно очищалась). Пояснение к сплошным и пунктирным кривым см. в подписи к рис. 1

Таким образом можно полагать, что в температурной точке $t = t_{\delta_{max}} \approx \approx 66° \leqslant \theta$ мы имеем дело с таким новым состоянием вещества ферромагнетика, которое характеризуется тем, что частота f_u, а следовательно, и средние частоты релаксации f_c и, вероятно, резонанса f_0 ферромагнитного вещества в этой точке минимальны (среднее время релаксации τ_c максимально) и его высокочастотная магнитная вязкость достигает своего наибольшего значения. Назовем эту температурную точку точкой «термического максимума радиочастотной магнитной вязкости».

Отметим, что температура $t_{\delta_{max}}$ приближенно соответствует, как показывает графическое дифференцирование экспериментальных кривых, а также условие максимума $\operatorname{tg}\delta$, той температуре, при которой производные $d\mu_a/dt$ и $(d\rho'/dt)_{\mu=\mu_a}$ максимальны.

4. Исследование температурной зависимости магнитных спектров, феноменологическое описание магнитных спектров

Результаты исследования зависимости магнитных спектров от температуры в виде ряда экспериментальных точек нанесены на графиках рис. 6—8. Выбор температур исследования был произведен с учетом предпола-

---

* На зависимость от частоты указывают величины и знаки температурного коэффициента проницаемостей.

гаемого на основе анализа кривых *1—3* рис. 4 закона изменения частоты $f_u(t)$. Рассмотрение графиков указывает на релаксационный характер магнитных спектров и на замедленный с повышением температуры от 20 до 66° характер понижения частоты $f_u \approx f_c$, обусловленный, повидимому [3],

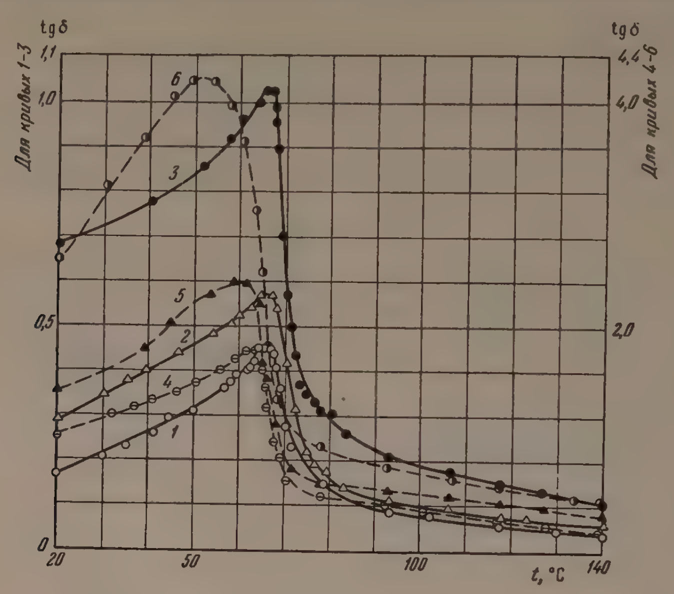


Рис. 4. Зависимость тангенса угла магнитных потерь tg δ Ni-Zn-феррита от температуры при различных частотах: *1* —0,25; *2* —0,38; *3* —1,0; *4* —3,0; 5 —5,0; *6* —10,0 MHz

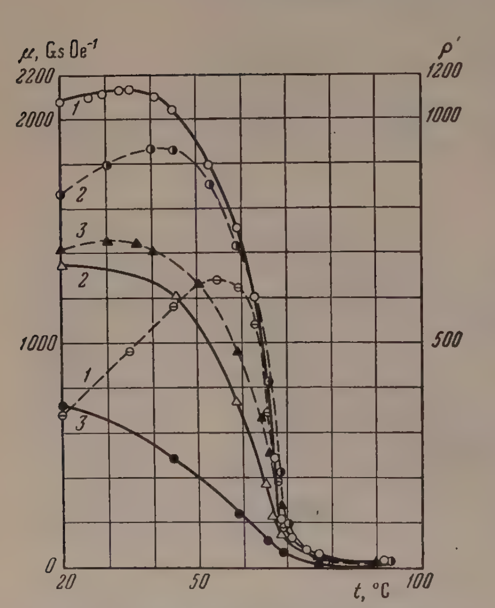


Рис. 5. Зависимость μ (сплошные кривые) и ρ' (пунктирные кривые) Ni-Zn-феррита от температуры при различных частотах: *1* —0,25, *2* —1,0, *3* —3,0 MHz

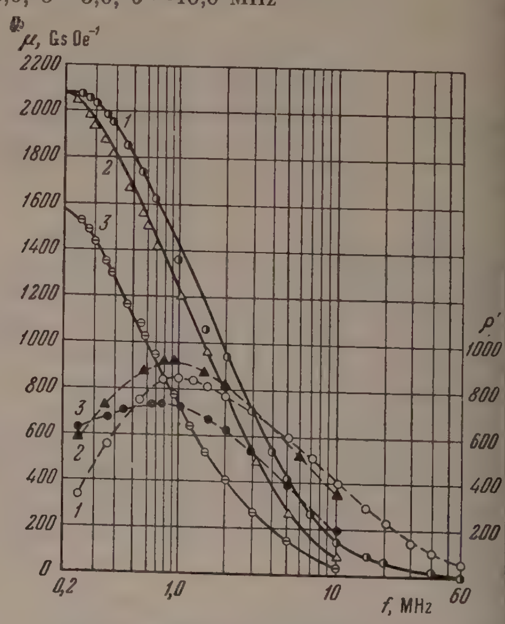


Рис. 6. Магнитные спектры (сплошные кривые — μ, пунктирные кривые — ρ') Ni-Zn-феррита при различных температурах: *1* — 20°, *2* —45°, *3* — 59°

близостью температур исследования к точке Кюри. Заметим, что замедленный характер изменения частоты релаксации в области $t \leqslant \theta$ для поликристаллических образцов следует также из результатов исследования ферромагнитного резонанса [24, 25], что указывает, возможно, на квази-

динаковую природу процессов затухания в ферритах в обоих частотных иапазонах. Из сопоставления пунктирных кривых *1* и *3* рис. 6, кроме ого, видно, что с приближением t к θ наблюдается также расширение поосы частот релаксации, приводящее к росту потерь на частотах $f \ll f_u$. ри температуре $t \approx 66°$ частота $f_u \approx f_c$ минимальна, после чего с повыением температуры f_u начинает расти вначале быстро, а затем замедэнно. Исследование ферромагнитного резонанса не обеспечивает возможости получения аналогичных анных, так как в районе очки Кюри резонанс исчезает 26, 27].

Изменяется с температурой диапазоне радиочастот таке и характер зависимости ангенса угла потерь феррита т частоты (см. ниже рис. 9), оторый при комнатных темпеатурах и высоких частотах, ак и обычно [15, 28], оказывася больше единицы, а при ысоких температурах заметно бывает. Уменьшается также с мпературой величина отношеия ρ'_{max}/μ_a, что указывает на сширение полосы частот реаксации вещества феррита.

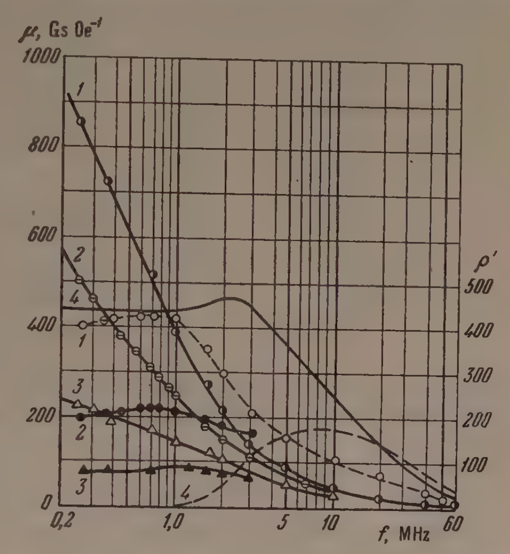
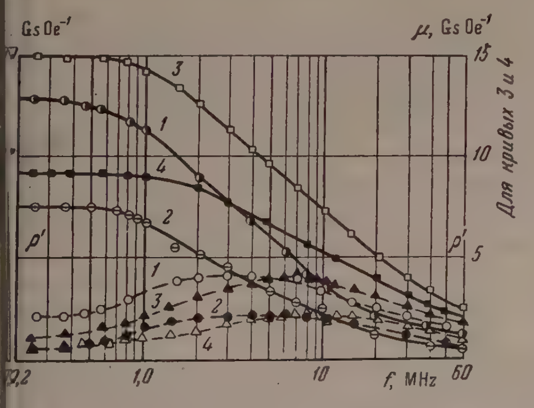
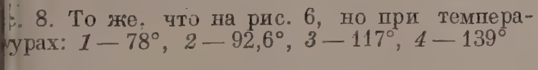


Рис 7. То же, что на рис. 6, но при температурах: *1* — 65,8°, *2* — 67,5°, *3* — 66,8°; *4* — магнитные спектры О-400 при 20° (по [15])

Величины f_u, полученные по анным экспериментов, привеены в таблице; там же даны ссчитанные по формуле (2) ачения частоты f_u. Сопоставление результатов указывает на приближению справедливость выражения (2) для всего обследованного диапазона мператур. Этот вывод не нарушается, в частности, неточностью определения J_s при высоких температурах, так как полученные нами значея J_s меньше ее реальных величин.




. 8. То же, что на рис. 6, но при температурах: *1* — 78°, *2* — 92,6°, *3* — 117°, *4* — 139°

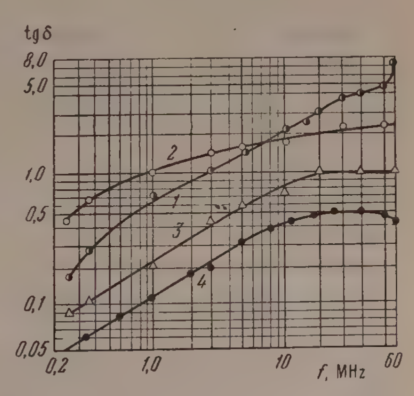


Рис. 9. Зависимость tg δ Ni-Zn-феррита от частоты при различных температурах: *1* — 20°, *2* — 65,8°, *3* — 92,6°, *4* — 139°

На приближенную справедливость выражения (2) указывает также оставление кривых *2* и *4* рис. 7 (кривая *2* для образца О-2000-I и 67,5°, а кривая *4* для образца О-400 при 20°), μ_a которых примерно инаковы, а J_s существенно различны (у О-400 J_s-210 Gs).

Значение начальной проницаемости, намагниченности насыщения и частоты максимума абсорбции для оксифера 2000-I

t, °C	μ_a, Gs Oe^{-1}	J_s, Gs	f_u эксперим., MHz	f_u расчетн. выраж. (2), MHz	t, °C	μ_a, Gs Oe^{-1}	J_s, Gs	f_u эксперим., MHz	f_u расчетн. выраж. (2), MHz
20	2075	177	1,0	1,0	68,8	250	40	1,2	1,86
30	2120	165	1,0	0,91	78	51,2	20	3,5	4,6
38	2150	154	1,0	0,84	92,6	30,2	10,5	5,5	4,2
45	2070	134	0,9	0,76	117	14,7	5,8	6,7	4,9
59	1550	95	0,8	0,72	131	10,3	3,8	7,5	4,8
65,8	1010	54	0,6	0,63	139	9,0	3,1	7,5	4,5
67,5	600	45	0,7	0,88	160	6,7	2,5	8,5	5,2

5. Обсуждение результатов

1. Выражение для средней проницаемости поликристаллического материала ([29], стр. 278) можно записать в виде:

$$\mu = \mu_{\text{вр}} + \mu_{\text{см}} - 1, \tag{4}$$

где $\mu_{\text{вр}}$, $\mu_{\text{см}}$ — проницаемости, обусловленные соответственно процессами вращения вектора намагниченности и процессами смещения 90- и 180°-ных границ.

Если положить, согласно [5, 19, 30—33], что намагничивание Ni-Zn-ферритов в очень слабых полях в радиочастотах происходит в основном вследствие процессов вращения $(\mu_{a_{\text{см}}} - 1)/(\mu_{a_{\text{вр}}} - 1) \ll 1$, то явления дисперсии и абсорбции в исследуемом образце могут рассматриваться, следуя теории Ландау — Лифшица [34] и Сноека [30], как гиромагнитный резонанс, частота которого определяется выражением:

$$f_{0_{\text{вр}}} = g\frac{e}{4\pi mc}H_i \approx \frac{1}{\pi}\cdot\frac{ge}{2mc}\cdot\frac{k}{J_s} \approx \frac{4}{3}\cdot\frac{ge}{2mc}\cdot\frac{J_s}{\mu_{a_{\text{вр}}}-1}, \tag{5}$$

где H_i — внутреннее эффективное поле магнитной анизотропии, равн $H_i = 2k/J_s = 8J_s/(\mu_{a_{\text{вр}}} - 1)$ ([35]; [29], стр. 362); k — эффективная константа анизотропии [4, 36]; $\mu_{a_{\text{вр}}} - 1 = 4J_s^2/k$.

Исходя из этой гипотезы, температурную зависимость частоты f_u* в нашем случае можно было бы объяснить в интервале температур 20÷66° постепенным уменьшением магнитной анизотропии, которая убывает быстрее, чем $J_s(t)$ ([12], § 40, стр. 278; [7, 25, 39, 42]). Однако дальнейший рост f_u не может быть объяснен формулой (5), так как при $t \geqslant \theta$ $k = 0$, что подтверждается ходом зависимости $k_1(t)$ монокристальных образцов (рис. 10) и исчезновением ферромагнитного резонанса в точках Кюри и низкотемпературного превращения [24—26, 39] поликристаллических образцов. Не может быть связан дальнейший рост f_u, вероятно, также и с аномалией g-фактора [40—42], так как измерения

* Средняя резонансная частота вещества ферромагнетика, по экспериментальным данным, обычно приближенно определяется [4, 5, 18, 19, 36] как $f_0 \approx f_u$ или $f_0 \approx f_r$, где f_r — частота, на которой проницаемость μ составляет 0,5 своего значения на низкой частоте.

Для резонансных спектров теоретическим основанием этого могут служить выражения (51) работы [35] и (10) работы [37]. В нашем случае, на основании оценки величины C формулы (1) и обнаружения в работах [11,38] и нами в отдельных образцах Ni-Zn-феррита с $\mu_a \approx 2000$ Gs Oe^{-1} перед спадом незначительных резонансных «всплесков» μ, можно предположить, что величина затухания в феррите приближенно равна своему критическому значению, поэтому с точностью до множителя порядка 2 также принимаем $f_r \approx f_0 \approx f_u$.

ксифера 2000-I не обнаружили «компенсационной» температуры [43], а ногочисленные исследования [44—49] Ni-Zn-ферритов, проводившиеся, равда, до $t \geqslant \theta$, показали существенное постоянство фактора Ланде, который, по Майлс [48], при 20° для исследуемого образца может быть ринят равным $g = 2{,}04$. Кроме того, заэтим, что в области аномалии g-фактора $\lambda_i = 0$ [50] и, следовательно, рост f_u мало роятен. Поэтому радиочастотная дисперия в области $t > \theta$ не может быть опина с точки зрения существующих представлений, хотя наиболее вероятным ее бъяснением является все же дисперсия роцессов вращения.

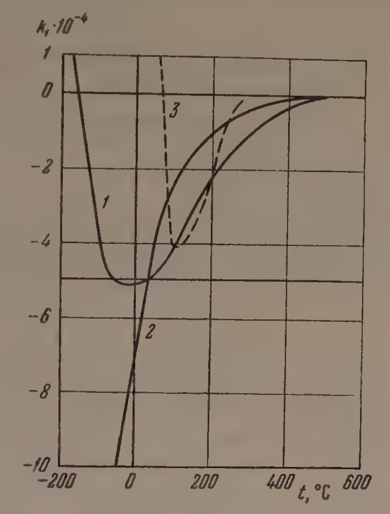


Рис. 10. Зависимость констант анизотропии k_1 (эрг $см^{-3}$) некоторых типов ферритов, исследованных вплоть до точки Кюри, от температуры: *1* — $NiO.Fe_2O_3$, θ = 585° [25]; *2* — $CuO.Fe_2O_3$, θ = 430° [39]; *3* — $(CoO)_{0,7}\cdot(ZnO)_{0,3}\cdot Fe_2O_3$, $\theta = 340°$ [39]

Предположение о преобладании процесв вращения в Ni-Zn-ферритах при 20° азируется в основном на возможности приближенного применения соотношения (5) [19, 31, 33, 51] и на «однодисперсионности» спектра [5, 33, 51]. Учитывая [, 4, 36, 37], необходимо признать данную интерпретацию экспериментальных результатов недостаточно обоснованной.

В частности, оценка константы k иследуемого феррита при 20° по формуле), в предположении, что $\mu_a = \mu_{a_{вр}}$, ает неправдоподобно малую величину ~ 60 эрг $см^{-3}$, более чем на два порядка тличающуюся от k для Ni-Zn-феррита $(NiO)_{0,55}\cdot(ZnO)_{0,45}\cdot Fe_2O_3$ работы Майлс [48], которого в поликристаллическом образе должна быть ~ 200 Gs Oe^{-1} и, следовательно, отличается от O-2000-*I* только в десять раз, что не согласуется с выражением $_{вр} - 1 \approx 4J_s^2/k$. Значительно бо́льшую величину $k \sim 5000$ эрг $см^{-3}$ сследуемого образца дает оценка ее по данным H_i [48] близкого по ставу Ni-Zn-феррита $(NiO)_{0,25}\cdot(ZnO)_{0,75}\cdot Fe_2O_3$. Того же порядка величину ~ 2500 эрг $см^{-3}$ можно получить по данным экстраполяции кривой (f) рис. 6 при 20° на ось $\mu - 1 = 0$, если принять $f_{0_{вр}} \approx 80$ MHz.

Кроме того, производилось исследование магнитных спектров феррита -2000-I в состоянии остаточной намагниченности при 20°, которое оказало, что $\mu_{a_R}/\mu_a \approx 0{,}7$, $(\rho'_R/\rho')_{\mu=\mu_a} \approx 0{,}5$, $J_R/J_s \approx 0{,}5$*. С увеличением стоты кривые $\mu(f)$ для обоих состояний вещества феррита быстро сближаются, сливаясь к частоте $f \approx 3{,}5$ MHz, кривые же $\rho'(f)$ сливаются лько к $f = 12$ MHz. Принимая ([12], стр. 381 и 487, и [37]) сближение ивых $\mu'(f)$ и $\mu'_R(f)$ как свидетельство постепенного роста с частотой ельного веса процессов вращения в намагничивании, можно оценить $_{вр}$ исследуемого образца: $\mu_{a_{вр}} \sim 120$ $GsOe^{-1}$, $k \sim 1000$ эрг $см^{-3}$, что порядку величин согласуется со значениями k, полученными другими особами. Аналогичная оценка $\mu_{a_{вр}}$ Mg-Fe-феррита в работе [37] также гласуется с данными $\mu_{a_{вр}}$, полученными из независимого эксперимента.

2. Поэтому опишем магнитный спектр вещества исследуемого образца и 20° дисперсией процессов смещения $(\mu_{a_{см}} - 1)/(\mu_{a_{вр}} - 1) \gg 1$, которая обусловлена инерцией эффективной массы границ между ферромаг-

* Здесь индекс R соответствует состоянию остаточной намагниченности.

нитными областями, согласно теории Ландау — Лифшица [34] и Дёринга [52].

Для 90°-ной границы [53] имеем:

$$f_{0_{\text{см}}} = \frac{ge}{2\,mc}\sqrt{\frac{\delta}{d}}\,(J_s/\sqrt{\mu_{a_{\text{см}}} - 1}) \;, \tag{6}$$

где δ/d — отношение эффективной толщины граничного слоя к размеру ферромагнитной области.

Данное выражение, повидимому ([12], стр. 381), справедливо для обычных поликристаллических гомогенных материалов, не имеющих магнитной текстуры, к которым могут быть отнесены некоторые типы высокопроницаемых ферритов, так как высокая μ_a может быть получена только для твердых растворов ферритов [54].

3. Из сопоставления (2), (5) и (6) следует, что если с точностью до постоянного множителя принять температурную зависимость

$$\delta/d \approx 1/(\mu_{a_{\text{см}}} - 1), \tag{7}$$

то все три выражения приближенно будут давать одинаковые численные результаты. Экспериментальным основанием к этому допущению являются результаты [4] и данные таблицы настоящей работы, поскольку для всех температур исследования [4] может быть принята доминирующая роль процессов смещения.

В общем случае, в температурной области преобладания процессов смещения, зависимость $\mu_{a_{\text{см}}}(t)$ феррита будет определяться, согласно общей теории обратимого смещения границ Кондорского ([12], § 53), числом и объемом включений, а также величиной и распределением внутренних напряжений σ_i в материале.

В гетерогенном случае зависимости $\mu_{a_{\text{см}}}(t)$ и $f_{0_{\text{см}}}(t)$ могут быть описаны с учетом (2), (6) и (7), согласно теории включений Керстена ([12], стр. 395):

$$\mu_{a_{\text{см}}} - 1 \approx D\,(J_s^2/k^{1/2}), \quad f_{0_{\text{см}}} \approx (C/D)\,(k^{1/2}/J_s). \tag{8}$$

Тогда, согласно (5), получим температурную зависимость $(\mu_{a_{\text{см}}} - 1)$ $:(\mu_{a_{\text{вр}}} - 1) \sim k^{1/2}$, и следовательно, полагая k убывающим, приходим к выводу роста удельного веса процессов вращения в намагничивании с температурой, хорошо согласующемуся с общими физическими представлениями.

В гомогенном случае зависимости $\mu_{a_{\text{см}}}(t)$ и $f_{0_{\text{см}}}(t)$ для случая смещения 90°-ных границ могут быть описаны с позиции теории напряжений Кондорского ([12], стр. 359):

$$\mu_{a_{\text{см}}} - 1 \approx 4\,(J_s^2/\lambda_s\sigma_i), \quad f_{0_{\text{см}}} \approx (C/4)\,(\lambda_s\sigma_i/J_s). \tag{9}$$

Тогда получим, что температурная зависимость

$$(\mu_{a_{\text{см}}} - 1)/(\mu_{a_{\text{вр}}} - 1) \sim k/\lambda_s\sigma_i.$$

Полагая k убывающей с температурой быстрее, чем магнитоупругая энергия $\lambda_s\sigma_i$, что во всяком случае справедливо для температур, близких к точке Кюри ([1], стр. 31 и [27, 39, 55]), приходим к тому же выводу.

В частности, в случае Mg-Fe-феррита работы [4] зависимость $f_{a_{\text{см}}}(t)$ качественно может быть описана* как выражением (8), так и выражением

* Более точное описание требует учета влияния включений и внутренних напряжений; пренебрежение [4] последними, повидимому, недостаточно законно. В частности, симптоматичным представляется тот факт, что две области дисперсии наблюдаются [4, 5, 36, 56—58] в магнитных спектрах ферритов, λ_s которых мала, и отсутствуют в Ni-феррите, обладающем высоким значением λ_s [5, 58, 59].

9). Ясно, что частота f'_0, определяемая выражением (5), должна убывать температурой быстрее, как это и имеет место в действительности, чем $_{0см} \sim k^{1/2}/J_s$ или $f_{0см} \sim \lambda_s\sigma_i/J_s$, определяемые выражениями (8) и (9). Замедленное с температурой изменение F'_0 по сравнению с f'_0 понимается как следствие влияния анизотропии формы частиц порошка.

Заметим, что если воспользоваться ([29], стр. 257 и 260), то выражение для δ/d можно представить также в следующем виде:

$$\delta/d \approx (A/a_0^5 L^2)^{1/4} k^{-1/4}. \qquad (10)$$

Данное выражение не совместимо с (7), так как постоянная решетки и размеры кристалла L от температуры практически не зависят, предположение о резкой температурной зависимости обменного интеграла A мало вероятно. Не согласуется также данным выражением оценка при 20° величин отношения $\delta/d = 2{,}2\cdot10^{-4}$ для оксифера = 2000-I 15·10⁻⁴ для феррита работы [37].

4. В случае оксифера 2000-I оценка $\lambda_s\sigma_i$ при 20° по формуле (9) дает ~ 60 эрг см$^{-3}$, а так как $\lambda_s \approx 10^{-6}$ [60], то величина средней амплитуды внутренних напряжений окажется разумно малой — $\sigma_i \approx 0{,}6$ кг мм$^{-2}$. С ростом температуры λ_s уменьшается, как правило, резче, чем J_s; σ_i, по всей вероятности, также уменьшается с нагревом, поэтому уменьшение частоты f_u с ростом t в диапазоне $20 \div 66°$ с позиции формулы (9) представляется вполне закономерным*. Расчет по формуле (9) предполагаемой зависимости $(\lambda_s\sigma_i)_t/(\lambda_s\sigma_i)_{20°}$ дает для $t = 20 \div 66°$ линейный характер уменьшения $\lambda_s\sigma_i$ с ростом температуры (рис. 11), что качественно согласуется с результатами исследования (t) [55] одного из Ni-Zn-ферритов. Для оксифера 2000-I при $t = 66° \approx \theta$ можно полагать, что $\neq 0$, и поэтому, по Акулову [61], $\lambda_s = a_1 + a_{10}(1 - T/\theta)$, где a_1 — аддитивная постоянная, a_{10} — численный коэффициент.

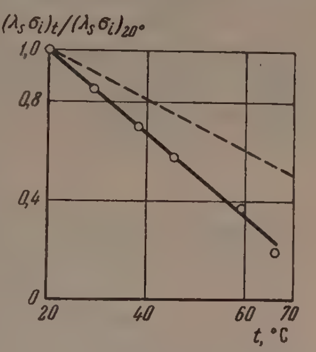


Рис. 11. Предполагаемый характер температурной зависимости $(\lambda_s\sigma_i)_t/(\lambda_s\sigma_i)_{20°}$ оксифера 2000-I ($\theta \approx 70°$) в диапазоне температур $20 \div 66°$. Пунктиром дана та же зависимость для Ni-Zn-феррита с $\mu_a = 278$ Gs Oe^{-1}, $\theta \approx 120°$ (по [55])

Начиная с $t > 66°$ частота f_u растет. Возможно, что при высоких температурах феррит следует рассматривать как магнитно-мягкий материал очень малой естественной анизотропией и распределением внутренних напряжений, имеющим вид однородно-напряженных небольших объемов, которых ([12], стр. 382 и 477) намагничивание может осуществляться, начиная с самых слабых полей, процессами вращения, а величина $\mu_{a_{вр}}$ определяется анизотропией напряжений — выражением, аналогичным (9). Однако в этом случае необходимо допустить, что $\lambda_s\sigma_i$ при $t \approx 78° > \theta$ проходит через максимум и что заметные остатки спонтанной стрикции наблюдаются еще при 160°. Единственным намеком на возможность такого хода кривой $\lambda_s(t)$, имеющимся в литературе, является расположение точек в районе θ, полученное для магнитострикции никеля ([12], стр. 454).

Возможно также, что механизм дисперсии при $t > 66°$, подобно низкочастотной дисперсии [5, 7], может быть описан диффузией электронов, которая дает аналогичный нашему случаю характер температурной зависимости частоты релаксации, тем более что расчеты энергии активации по данным ρ (рис. 3) и f_u (рис. 8) дают, соответственно, $E_r \approx 0{,}2$ eV и $E_n \approx 0{,}1$ eV, т. е. довольно близкие значения.

* Другим возможным методом описания явлений будет совместный учет включений и внутренних напряжений.

6. Заключение

1. При исследовании магнитных спектров образца Ni-Zn-феррита с $\mu_a = 2075$ Gs Oe^{-1} при 20° и точкой Кюри $\theta \approx 70°$ в диапазоне радиочастот 0,2 ÷ 60 MHz при $t = 20 \div 160°$ выяснилось, что по мере повышения температуры полосы дисперсии и абсорбции магнитного спектра смещаются вначале в сторону низких, а затем в сторону высоких радиочастот.

2. Обнаружена температура $t = t_{\delta_{max}} \approx 66° \leqslant \theta$, при которой кривые $\operatorname{tg}\delta(t)$ имеют максимум для частот $f \leqslant f_u$, не зависящий от частоты, при которой производились измерения, и высокочастотная магнитная вязкость достигает своего наибольшего значения.

3. Результаты эксперимента описываются при низких температурах инерционностью эффективной массы колеблющейся границы, а при высоких — гиромагнитным резонансом, наблюдающимся в «эффективном магнитном поле».

4. Нами предложен новый способ приближенного определения точки Кюри образца по температурному максимуму тангенса угла радиочастотных потерь.

Цитированная литература

1. Сноек Я., Исследования в области новых ферромагнитных материалов.— ИЛ, М., 1949.
2. Аркадьев В. К., ЖРФХО, ч. физ., **45**, 302 (1913); Электромагнитные процессы в металлах, ч. II.— ОНТИ, М.— Л., 1936; в сб. «Проблемы ферромагнетизма и магнетодинамики», стр. 7.— Изд. АН СССР, М.— Л., 1946.
3. Фоменко Л. А., VI Научно-технич. конфер.— Изд. ВНОРиЭ им. А. С. Попова, Л., 1951. Научная сессия, посвященная празднованию «Дня Радио».— Связьиздат, М., 1951; ЖЭТФ, **25**, 107 (1953).
4. Rado G. T., Wright R. W., Emerson W. H., Terris A., Phys. Rev., **86**, 599 (1952); **88**, 909 (1952).
5. Smit J., Wijn H. P. J., Advances in Electronics and Electron Physices, v. VI, p. 70.— Academic Press, N.-Y., 1954.
6. Galt J. K., Mattias B. T., Remeika J. P., Phys. Rev., **79**, 391 (1950) [перевод см. Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 301.— ИЛ, М., 1952].
7. Galt J. K., Bell Syst. Tech. Journ., **33**, 1023 (1954).
8. Шольц Н. Н., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, 465 (1954).
9. Сб. «Вестник информации», вып. 17, стр. 1.— Изд. «Сов. Радио», М., 1954.
10. Sucksmith W., Clark C. A., Oliver D. J., Thompson J. E., Rev. Mod. Phys., **25**, 34 (1953).
11. Feldtkeller R., Kolb O., ZS. angew. Phys., **4**, 448 (1952).
12. Вонсовский С. В., Шур Я. С., Ферромагнетизм.— Гостехиздат, М., 1948.
13. Fraunberger F., ZS. f. Naturforsch., **5a**, 129 (1950).
14. Bochirol L., C. R., **232**, 1474 (1951); Howard N. L., Smart J. S., Phys. Rev., **91**, 17 (1953).
15. Фоменко Л. А., V Научно-технич. конфер. — Изд. ВНОРиЭ им. А. С. Попова, Л., 1950; ЖЭТФ, **21**, 1201 (1951); **24**, 365 (1953); **30**, 18 (1956).
16. Справочник по радиотехнике.— ГЭИ, М.— Л., 1950.
17. Фрумкин А. Л., Холодный С. Д., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, 409 (1954).
18. Brockman F. G., Dowling P. H., Steneck W. G., Phys. Rev., **75**, 1298 (1949); **77**, 85 (1950).
19. Polder D., Proc. IEE, II, **97**, 246 (1950).
20. Поливанов К. М., в сб. «Труды МЭИ», вып. 14, стр. 116.— Госэнергоиздат, М.— Л., 1953.
21. Дорфман Я. Г., Изв. АН СССР, Серия физич., **16**, 412 (1952).
22. Комар А. П., Клюшин В. В., Изв. АН СССР, Серия физич., **18**, 400 (1954).
23. Brockman F., Dowling P., Steneck W., Phys. Rev., **75**, 144 (1949).
24. Okamura T., Kojima Y., Torizuka Y., Phys. Rev., **85**, 693 (1952).
25. Healy D. W., Phys. Rev., **86**, 1009 (1952).
26. Bickford L. R., Phys. Rev., **76**, 137 (1949); **78**, 449 (1950) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 156.— ИЛ, М., 1952].
27. Okamura T., Torizuka Y., Kojima Y., Phys. Rev., **84**, 37 (1951).
28. Рабкин Л. И., Эпштейн Б. Ш., ЖТФ, **24**, 1568 (1954).

29. Вонсовский. С. В., Современное учение о магнетизме. - ГИТТЛ, М.— Л., 1952.
30. Snoek J. L., Philips Techn. Rev., 8, 353 (1946); Nature, 160, 90 (1947); Phys. the Hague, 14, 207 (1948) [перевод в Сб. «Исследования в области новых ферромагнитных материалов», стр. 162.— ИЛ, М., 1949].
31. Went J. J., Gorter E. W., Philips Tech. Rev., 13, 181 (1952) [перевод в Сб. «Вопросы радиолокационной техники», 1.— ИЛ, М., 1953].
32. Lucas J., ZS. angew. Phys., 6, 127 (1954).
33. Wijn H. P. J., Gevers M., van der Burgt C. M., Rev. Mod. Phys., 25, 91 (1953).
34. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Sow. Phys., 8, 157 (1935).
35. Kittel C., Phys. et rad., 12, 291 (1951) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 17.— ИЛ, М., 1952].
36. Rado G. T., Rev. Mod. Phys., 25, 81 (1953).
37. Rado G. T., Wright R. W., Emerson W. H., Phys. Rev., 80, 273 (1950) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 284.— ИЛ, М., 1952]; Rado G. T., Terris A., Phys. Rev., 83, 177 (1951) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 299.— ИЛ, М., 1952].
38. Катков Н. Г., Автореферат диссертации, МЭИ, М., 1954; Изв. АН СССР, Серия физич., 18, 4 (1954); Кузнецкий В. В., Автореферат диссертации, МЭИ, М., 1955; Тезисы докладов на Совещании по магнитной радиоспектроскопии, Таткнигоиздат, Казань, 1955.
39. Okamura T., Kojima Y., Phys. Rev., 86, 1040 (1952); 85, 690 (1952).
40. Kaplan J., Kittel C., Chem. Phys., 21, 760 (1953) [перевод в Сб. «Проблемы современной физики», вып. 6, стр. 50.— ИЛ, М., 1954].
41. Wieringen J. S., Phys. Rev., 90, 488 (1953).
42. McGuire, Phys. Rev., 91, 206 (1953); 93, 682 (1954).
43. Gorter E. W., Schulkes J. A., Phys. Rev., 90, 487 (1953); Gorter E. W., Philips Res. Rep., 9, 295 (1954) [перевод в УФН, 57, 2, 279 (1955)].
44. Beljers H. G., Phys. the Hague, 14, 629 (1949).
45. Beljers H. G., Polder D., Nature, 165, 800 (1950).
46. Okamura T., Torizuka Y., Nature, 167, 986 (1951) [перевод в Сб. «Проблемы современной физики», вып. 5, стр. 182.— ИЛ, М., 1952].
47. Кондорский Е. И., Смольков Н. А., ДАН СССР, 93, 237 (1953).
48. Miles P. A., Nature, 174, 177 (1954).
49. Okamura T., Kojima Y., Torizuka Y., Sci. Rep. Res. Insts. Tohoku Univ., A, 3, 725 (1951); Okamura T., ibid., A, 6, 69 (1954).
50. Torizuka T., Kojima Y., Fujimura T., Phys. Soc. Japan, 9, 298 (1954).
51. Park D., Phys. Rev., 95, 652 (1954); 97, 60 (1955).
52. Döring W., ZS. f. Naturforsch., 3a, 373 (1948) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 312.— ИЛ, М., 1952].
53. Becker R., Phys. et rad., 12, 332 (1951) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 303.— ИЛ, М., 1952].
54. Торопов Н. А., Рабкин Л. И., Фрейденфельд Э. Ж., Эпштейн Б. Ш., ЖТФ, 23, 1541 (1953).
55. Сучков А. П., Автореферат диссертации, МГУ, М., 1953; ЖТФ, 9, 1570 (1954).
56. Welch A. J., Nicks P. F., Fairweather A., Roberts F. F., Phys. Rev., 77, 403 (1950) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 154.— ИЛ, М., 1952].
57. Roberts M., Phys. et rad., 12, 301 (1951).
58. Weisz R. S., Phys. Rev., 96, 300 (1954).
59. Popper P. in «Soft Magnetic Materials for Telecommunications», Article 35.— Pergamon Press, London, 1953.
60. Смоленский Г. А., ДАН СССР, 78, 921 (1951).
61. Акулов Н. С., Ферромагнетизм.— ОНТИ, М.— Л., 1939.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XX, № 11 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1956

Л. А. ФОМЕНКО

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНЫХ СПЕКТРОВ СМЕШАННЫХ ФЕРРИТОВ В СОСТОЯНИИ ОСТАТОЧНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ДИАПАЗОНЕ РАДИОЧАСТОТ

1. Введение

Исследованию радиочастотных магнитных спектров вещества * поликристаллических ферритов в настоящее время посвящено значительное число различных работ. Из простых ферритов наиболее подробно исследованы спектры Ni-ферритов [1—6], значительно менее подробно Mg-ферритов [1, 3, 7—9], Li-ферритов [3] и Fe-ферритов [1, 7]. Из двойных ферритов наибольшее число исследований спектров проведено на Ni-Zn-ферритах [2, 4, 5, 10—24]. Весьма подробно исследован также один тип Mg-Fe-феррита [3, 25], менее подробно Ni-Fe-ферриты [5], Li-Zn-ферриты [3], Cu-Zn-ферриты [7, 18, 26] и Ni-Zn-Cu-ферриты [12]. Имеющиеся данные по спектрам Mn-Zn-ферритов [2, 10, 11, 14, 16, 27], за исключением [27], не дают уверенности в устранении влияния «размерных» эффектов: поверхностного эффекта и объемного резонанса. Некоторые, весьма неполные, сведения имеются, кроме того, по спектрам Cu-Pb-ферритов [1, 7], Mn-Fe-ферритов [10] и Mg-феррит-алюминатов [9].

Исследования [3, 8, 9, 25, 34] показали, что в общем случае магнитные спектры ферритов имеют две явные области дисперсии: радиочастотную, описываемую инерционностью эффективной массы границ, согласно Ландау—Лифшицу [28] и Дёрингу [29], и сверхвысокочастотную, описываемую гиромагнитным резонансом, по Ландау—Лифшицу [28] и Сноеку [27]. Две области дисперсии наблюдались в ферритах, обладающих относительно высокими значениями k и низкими значениями λ_s, и отсутствовали в ряде других типов ферритов [1—7], отличавшихся меньшими k или бо̀льшими λ_s. Изменением этих параметров, согласно теории процессов вращения ([30], стр. 362), теории включений Керстена ([31], стр. 395) и теории напряжений Кондорского ([31], стр. 359), повидимому, и обусловлено слияние двух областей дисперсии в одну область, которая поэтому не может быть описана только одним гиромагнитным резонансом.

Изучение магнитных спектров ферритов проводилось в абсолютном нулевом состоянии их вещества, хотя Радо, Райт и Эмерсон [25] показали, что исследование спектров в состоянии остаточной намагниченности может явиться дополнительным источником оценки характера процессов намагничивания ферритов. Кроме того, изучение спектров проводилось без учета [5—7] возможного влияния на дисперсию температуры спекания t_s образцов, хотя можно полагать ([12], работы 1956 г.), что отношение $(\mu_{a_{см}}-1)/(\mu_{a_{вр}}-1)$ в общем случае является функцией t_s. С ростом t_s отношение $(\mu_{a_{см}}-1)/(\mu_{a_{вр}}-1)$ должно возрастать как следствие уменьшения числа и объема включений и внутренних напряжений σ_i в материале, а по достижении некоторого максимума — убывать, когда по причине распада феррита число и объем включений растут.

* В настоящей работе применена терминология и система обозначений предыдущей статьи [24].

Целью настоящей работы является исследование магнитных спектров …которых типов поликристаллических ферритов различного состава, …еченных при различных t_s и исследуемых в абсолютном нулевом состоя…ии и в состоянии остаточной намагниченности.

2. Объекты и методы исследования

Состав, размеры и магнитные характеристики образцов приведены в …бл. 1. Исследования производились при температуре 20°. Величины J_s, …с и B_R определялись баллистическим методом при поле 100 Oe. Кроме …го, были измерены (табл. 2) зависимости $\varepsilon(f)$ и $\sigma'(f)$. Методика иссле-

Таблица 1

Магнитные характеристики обследованных тороидальных сердечников

Тип феррита	Состав образцов *, % мол	t_s, °C	μ_a, GsOe^{-1}	J_s, Gs	H_c, Oe	B_R, Gs	θ, °C	Размеры тороидов, *мм*		
								диаметр		аксиал. толщина
								наружн.	внутр.	
Ni-Zn	Fe_2O_3—49 ZnO—32 NiO—19	—	483	240	1,0	1450	—	33,6	20,8	6,62
Ni-Zn-Cu	Fe_2O_3—49 ZnO—26 NiO—21 CuO—4	1140	334	350	0,55	2380	232	33,88	20,7	6,20
Ni-Zn-Cu	Fe_2O_3—49 ZnO—26 NiO—19 CuO—6	1125	303	350	0,5	2180	250	33,9	21	6,22
Ni-Zn-Cu	Fe_2O_3—49 ZnO—26 NiO—19 CuO—6	1075	348	370	0,55	1170	250	33,8	21	6,27
Ni-Zn-Mg	Fe_2O_3—464 ZnO—32 NiO—16 MgO—56	—	350	254	1,2	880	155	33,3	20,6	5,97
Ni-Zn-Be	—	—	598	176	0,55	750	180	34,25	21,3	5,87
Li-Zn	—	1100	303	190	0,65	1100	220	30,33	20,05	6,45
Li-Zn	—	1150	420	205	0,43	1080	—	30,03	19,7	6,34
Ni-Zn	Fe_2O_3—49 ZnO—26 NiO—25	1125	116	224	4,0	1640	—	30,75	22,2	6,74
Ni-Zn-Cu	Fe_2O_3—49 ZnO—26 NiO—19 CuO—6	1175	188	280	2,0	1800	—	30,65	20,3	6,49

Таблица 2

…ачения вещественной и мнимой составляющих диэлектрической проницаемости ферритов на различных частотах

№ образца	Частоты, MHz									
	0,25		1,0		3,0		10		20	
	ε	σ′	ε	σ′	ε	σ′	ε	σ′	ε	σ′
1	18	2,0	17	2,0	16	1,5	15	1,0	15	0,5
2	23	2,4	15	1,2	16	0,77	15	0,31	15	0,25
3	21	2,1	13	1,4	13	1,1	13	0,6	13	0,5
4	21	1,1	19,7	0,9	18,4	0,72	16	0,6	14	0,5
5	20	1,2	15	0,8	14	0,5	13	0,25	13	0,25
6	22	1,7	21	1,1	18	0,5	15	0,5	13	0,25
7	39	195	39	110	38	38	30	19	23	14
8	42	150	41	80	35	40	32	30	30	20

* Все образцы изготовлены методом смешения окислов.

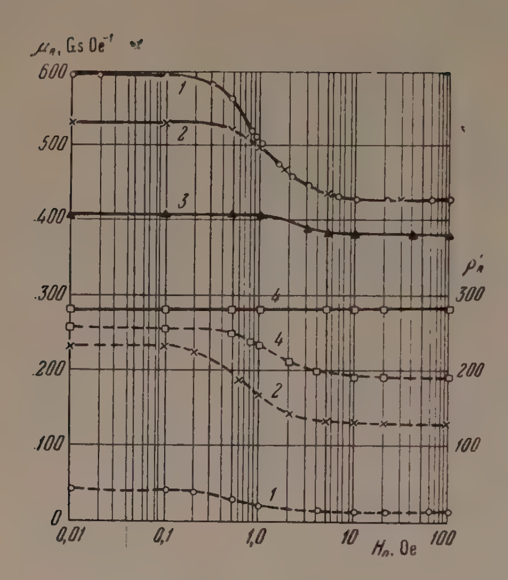


Рис. 1. Зависимости упругой μ_R (сплошные кривые) и вязкой ρ_R' (пунктирные кривые) проницаемостей образца № 6 (Ni-Zn-Be-феррита) от интенсивности поля H_0 при различных частотах: *1* — 0,2 ÷ 0,8 MHz, *2* — 3 MHz, *3* — 5 MHz, *4* — 8 MHz

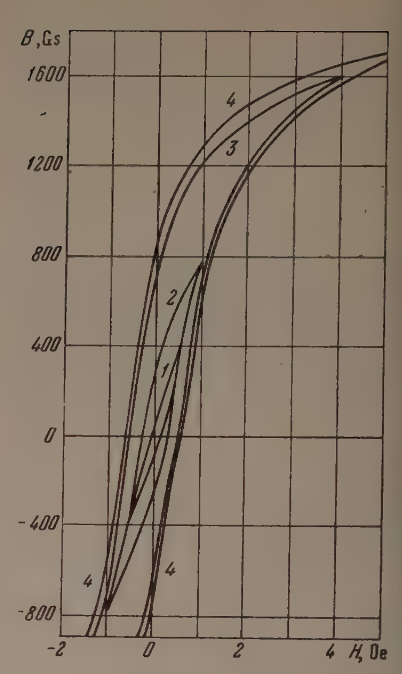


Рис. 3. Семейство гистерезисных петель образца № 6 (Ni-Zn-Be-феррита): *1* — $H_0 = 0{,}6$ Oe, $H_c = 0{,}1$ Oe, $B_R = 64$ Gs; *2* — $H_0 = 1{,}0$ Oe, $H_c = 0{,}28$ Oe, $B_R = 266$ Gs; *3* — $H_0 = 4{,}0$ Oe, $H_c = 0{,}54$ Oe, $B_R = 690$ Gs; *4* — $H_0 = 10$ Oe, $H_c = 0{,}55$ Oe, $B_R = 720$ Gs

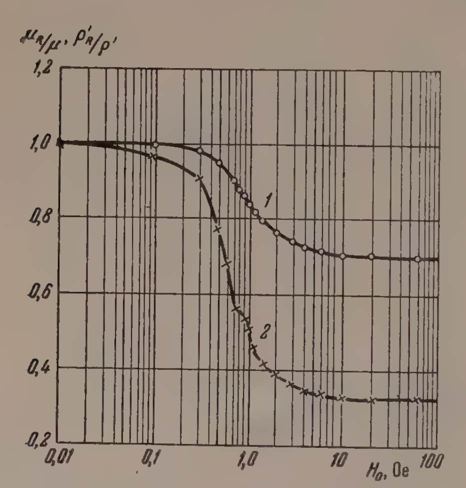


Рис. 2. Зависимости относительных упругой и вязкой проницаемостей образца № 6 (Ni-Zn-Be-феррита) от интенсивности поля H_0 при частоте 0,8 MHz: *1* — μ_R/μ, *2* — ρ_R'/ρ'

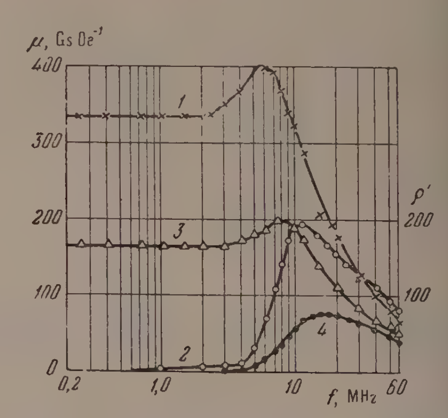


Рис. 4. Магнитные спектры образца № 2 (Ni-Zn-Cu-феррита), измеренные в размагниченном состоянии образца (кривые *1* и *2*) и в состоянии остаточной намагниченности при $H_0 = 100$ Oe (кривые *3* и *4*). Кривые *1* и *3* — для μ, кривые *2* и *4* — для ρ′

ования магнитных спектров применялась нами такая же, как в работах [2, 24]. Исследование включало в себя три независимые группы экспериментов, результаты которых даны ниже.

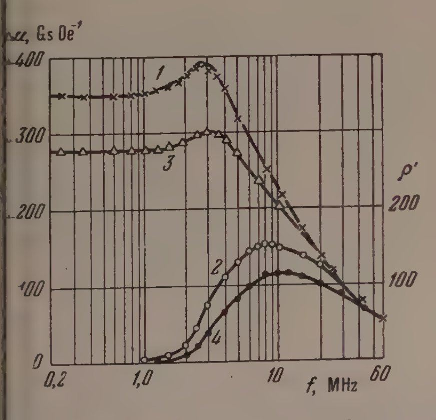
. Исследование Ni-Zn-Be-феррита в различных состояниях остаточной намагниченности

Результаты исследования представлены на графиках рис. 1—3 и 7 м. ниже). Проницаемость μ_R является обратимой проницаемостью $\mu_R = (\Delta B/\Delta H)_{\Delta H \to 0}$ (где ΔB и ΔH — приращения индукции и напряженности оля, отнесенные к смещенному циклу гистерезиса), определенной в точке статочной индукции B_R. Поэтому в области $0{,}2 \div 0{,}8$ MHz характер зависимости кривых $\mu(H_0)$* рис. 1 и 2 может быть объяснен постоянным меньшением наклона смещенного цикла по отношению к оси $H = 0$. ачиная с $H_0 \geqslant 10$ Oe угол наклона этого цикла, видимо, уже не зависит т интенсивности поля H_0. С увеличением частоты наклон смещенного икла, повидимому, уменьшается, а начиная с $f \geqslant 8$ MHz сохраняется еизменным, независимо от величины H_0. Заметим, что относительная проницаемость ρ'_R/ρ' значительно резче зависит от интенсивности поля H_0, ем относительная проницаемость μ_R/μ (рис. 2).

Качественное описание наблюдаемой зависимости $\mu(H_0)$ при низких адиочастотах может быть дано аналитически, если воспользоваться рис. 3 формулой Аркадьева [32], аппроксимирующей закон Ганса. В области ысоких частот закон Ганса даже качественно не справедлив.

4. Исследование магнитных спектров смешанных ферритов различного химического состава

1. Результаты исследования представлены на графиках рис. 4—8. ассмотрение графиков показывает, что магнитные спектры исследуемых ерритов имеют в основном резонансый характер. Значения частот f_u спекров приближенно даются** выражением *), где: $C = 9 \div 20$ MHz Oe^{-1}.



ис. 5. Магнитные спектры образца 5 (Ni-Zn-Mg-феррита) (обозначения те же, что на рис. 4)

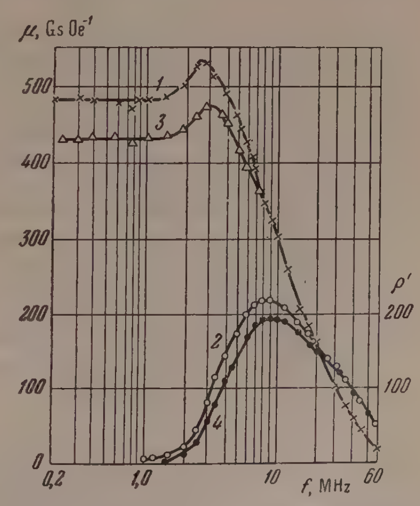


Рис. 6. Магнитные спектры образца № 1 (Ni-Zn-феррита) (обозначения те же, что на рис. 4)

Относительные высоты резонансных максимумов μ_{max}/μ_a для образцов азного состава заметно (табл. 3) различаются по величине, достигая

---

* H_0 — поле, создающее остаточную намагниченность образца.

** Здесь и ниже формулы работы [24] помечены звездочкой.

Таблица 3

Магнитные характеристики образцов

№ образца	μ_a, Gs Oe^{-1}	μ_{max}, Gs Oe^{-1}	ρ'_{max}, Gs Oe^{-1}	Характеристические частоты, MHz f_a	f_b	f_d	f_u	$\frac{\mu_{max}}{\mu_a}$	$\frac{\rho'_{max}}{\mu_a}$	tg δ_a	tg δ_b	Примечание
2	334	400	192	2,5	6,0	9,2	12	1,20	0,58	0,015	0,18	Сост. абсол нулевое
5	350	388	155	1,2	2,8	4,2	8,5	1,11	0,44	0,017	0,15	
1	483	532	221	1,5	3,0	4,4	9,0	1,10	0,46	0,02	0,15	
6	598	625	263	0,65	1,4	2,1	6,5	1,045	0,46	0,03	0,15	
7	303	312	126	1,2	2,4	3,2	8,0	1,027	0,415	0,06	0,17	
2	168	200	76	3,0	7,0	13	17	1,19	0,45	0,012	0,14	Сост. остат намагничен ности
5	278	300	117	1,2	3,2	4,7	10	1,07	0,415	0,014	0,14	
1	430	475	192	1,6	3,2	4,5	9,0	1,10	0,45	0,014	0,14	
6	431	453	199	0,8	1,8	3,1	8,0	1,05	0,46	0,021	0,12	
7	202	207	75	1,5	3,0	3,5	11	1,022	0,37	0,047	0,18	

наибольшего значения у образца № 2 (Ni-Zn-Cu-феррит). Если рас положить образцы по номерам в следующем порядке — 2, 5, 1, 6 и 7, то отношения μ_{max}/μ_a, а также ρ'_{max}/μ_a и $\Delta f = f_d - f_a$* постепенно уменьшаются. Это уменьшение, повидимому, должно быть связано с наблюдающимся от образца к образцу ростом потерь tg δ_a (табл. 3) в веществе ферритов на час тоте f_a. Из сопоставления данных tg δ_a и tg δ_b табл. 3 видно, что предель ным значением tg δ_a, при котором спектр приобретает релаксационный характер является tg δ_a = tg $\delta_b \approx 0{,}15$.

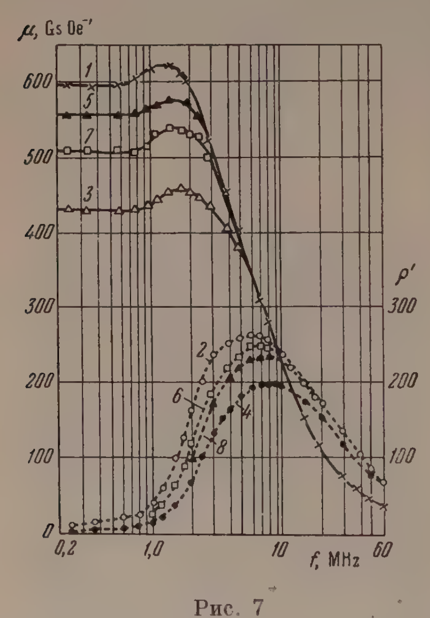


Рис. 7

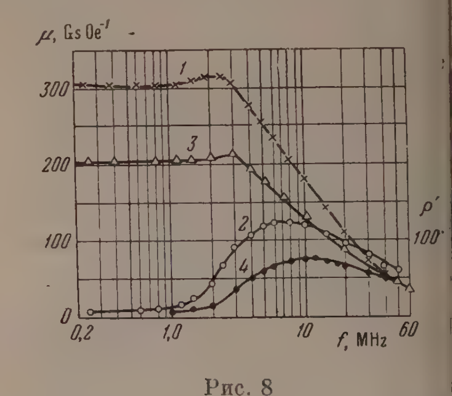


Рис. 8

Рис. 7. Магнитные спектры образца № 6 (Ni-Zn-Be-феррита), измеренные в размагниченном состоянии образца (кривые *1* и *2*) и в состоянии остаточной намагниченности: *5*, *6* — при $H_0 = 0{,}6$ Oe, $\mu_{a_R} = 558$ Gs Oe^{-1}; *7*, *8* — при $H_0 = 1{,}0$ Oe, $\mu_{a_R} = 509$ Gs Oe^{-1}; *3*, *4* — при $H_0 = 10 \div 100$ Oe, $\mu_{a_R} = 431$ Gs Oe^{-1}. Сплошные кривые — для μ, пунктирные — для ρ'

Рис. 8. Магнитные спектры образца № 7 (Li-Zn-феррита) (обозначения те же, что на рис. 4)

---

* Здесь f_a, f_b, f_d — соответственно частота начала резонансного подъема кривой $\mu(f)$, частота, соответствующая μ_{max}, и частота, соответствующая $\mu = \mu_a$ в области спада кривой $\mu(f)$.

Малые величины $\operatorname{tg}\delta$ для образца № 2 в области частот $f < f_u$ (рис. 9) феноменологически обусловлены: а) относительно высокой частотой f_u, в свою очередь обусловленной большой величиной J_s; б) сравнительно узкой полосой резонансных частот вещества ферромагнетика, на которую указывают большие величины ρ'_{max}/μ_a и μ_{max} μ_a и явно выраженный максимум поглощения.

2. Рассмотрение кривых *3* и *4* рис. 2—8 показывает, что в состоянии остаточной намагниченности резонансный характер спектра обычно сохраняется. Величины отошений μ_{a_R}/μ_a и $(\rho'_R/\rho')_{\mu=\mu}$ для разных образцов оказываются различными, основным соотношением между этими величинами для одного и того же образца является $(\rho'_R/\rho') < (\mu_R/\mu)$, поэтому неизменно $\operatorname{tg}\delta_R < \operatorname{tg}\delta$

С повышением частоты магнитные спектры обоих состояний вещества ферритов постепенно сближаются. Частоты и $f_{\rho'}$, т. е. частоты равных значений $= \mu_R$ и $\rho' = \rho'_R$, для разных образцов различны; при этом всегда $f_\mu < f_{\rho'}$. Обнаруживается, что при переходе к состоянию остаточной намагниченности частоты f_a, f_b, f_d и f_u смещаются в сторону высоких частот, величина этого смещения приближенно описывается формулой (2*).

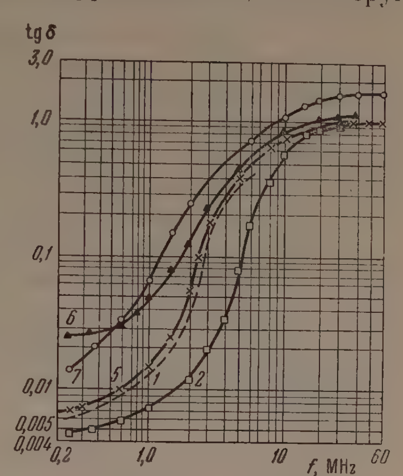


Рис. 9. Тангенсы углов потерь образцов № 1,2,5—7 ($\operatorname{tg}\delta$ образца № 1, в целях большей ясности графического изображения, дан только в области $f < n$ и без экспериментальных точек)

3. Для ферритов, у которых $J_R/J_s \approx 0{,}5$, известно [25, 31], что если комплексная проницаемость μ' обусловлена исключительно процессами вращения, то значение $\mu'_R = \mu'$; если же проницаемость μ' обусловлена в основном смещением границ, то тогда $\mu'_R \sim 0{,}5\mu'$. В случае образцов № 2 и 7 близость величин отношений J_R/J_s, μ_{a_R}/μ_a и $(\rho'_R/\rho')_{\mu=\mu_a}$ к значению 0,5 указывает, повидимому, на преобладающую роль процессов смещения в общем балансе их технического намагничивания. В отношении образцов № 1, 5 и 6, возможно, следует полагать заметной, хотя и не доминирующей, также и роль процессов вращения. Изменение относительного удельного веса процессов вращения и смещения, происходящее при изменении состава смешанных ферритов, может быть описано изменением величины J_s, отношений $k/\lambda_s\sigma_i$, а также числа и объема включений.

Так как в случае чистого вращения $\mu_a = \mu_{a_R}$, то, согласно формуле (*), $f_{0\,\text{вр}} = \text{const}$, независимо от состояния остаточной намагниченности феррита. В случае резонанса при смещении границ любого типа, согласно выражению (6*), $f_{0_{\text{см}}}/f_{0_{R_{\text{см}}}} = \sqrt{(\mu_{a_R} - 1)/(\mu_a - 1)}$, в случае же релаксации, согласно формуле (16) работы [25], $f_{c_{\text{см}}}/f_{cR_{\text{см}}} = (\mu_{a_R} - 1)/(\mu_a - 1)$. Следовательно, зависимость частоты $f_u \sim f_0 \sim f_c$ от состояния остаточной намагниченности в общем виде описывается неравенством:

$$(\mu_{a_R} - 1)/(\mu_a - 1) \leqslant f_u/f_{u_R} \leqslant 1,$$

которое, строго говоря, справедливо лишь при условии дискретности резонансных и релаксационных частот ферромагнетика.

Расчеты показывают, что для образца № 2 $f_u/f_{u_R} = 12/17 = 0{,}71 = \sqrt{(\mu_{a_R} - 1)/(\mu_a - 1)} = \sqrt{167/333} = 0{,}71$, что, повидимому, может рассматриваться как подтверждение преобладания процессов смещения в дан-

ном типе феррита. Для остальных образцов по большей части оказалось, что $(\mu_{a_R}-1)/(\mu_a-1) < f_u/f_{u_R} < \sqrt{(\mu_{a_R}-1)/(\mu_a-1)}$. В частности для образца № 7 $(\mu_{a_R}-1)/(\mu_a-1) = 0{,}67 < f_u/f_{u_R} = 0{,}71 < \sqrt{(\mu_{a_R}-1)/(\mu_a-1)} = 0{,}8$.

Оценка отношения $\delta/d \approx 13\cdot10^{-4}$ для образца № 2 оказывается того же порядка, как и оценка δ/d [25]. В случае образца № 7 $\delta/d \approx 51\cdot10^{-4}$. Величина отношения η/J_s, где η — феноменологическая постоянная затухания Ландау и Лифшица, для образца № 7 будет $\eta/J_s \approx 1{,}6\cdot10^{-2}$, а для образца № 2 $\eta/J_s < 0{,}4\cdot10^{-2}$, что можно считать удовлетворительным, так как в теории Ландау и Лифшица предполагается, что $\eta \ll J_s$.

5. Исследование магнитных спектров смешанных ферритов, полученных при различных температурах спекания

Результаты исследования образцов Ni-Zn-Cu-ферритов, спеченных при четырех различных температурах, представлены на рис. 10, 11, 4 и 12 (соответственно $t_s = 1075$, 1125, 1140 и 1175°), откуда, судя по сравнительному ходу кривых $\mu'_R(f)$ и $\mu'(f)$, следует, что, в согласии с изложенными выше физическими соображениями (см. «Введение»), величина отношения $(\mu_{a_{см}}-1)/(\mu_{a_{вр}}-1)$ является функцией t_s: вначале, с ростом t_s, это отношение растет, достигает максимума при $t_{s_{опт}} \approx 1140°$, после

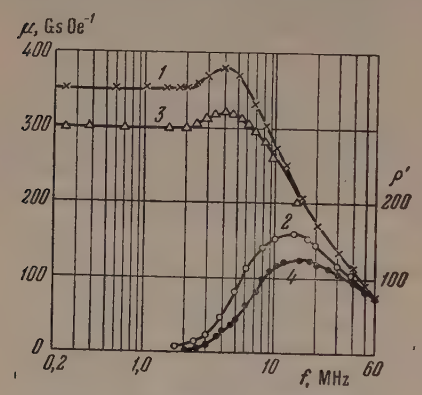


Рис. 10. Магнитные спектры образца № 4 (Ni-Zn-Cu-феррита) (обозначения те же, что на рис. 4)

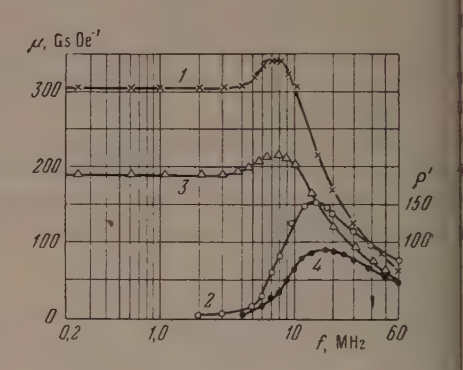


Рис. 11. Магнитные спектры образца № 3 (Ni-Zn-Cu-феррита) (обозначения те же, что на рис. 4)

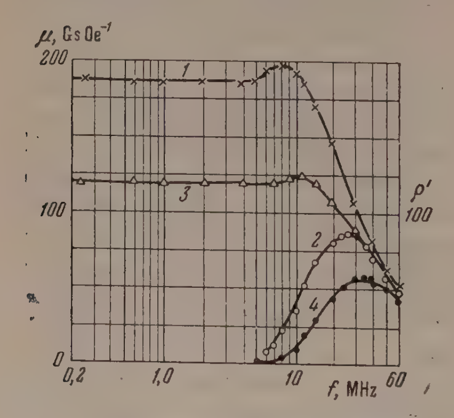


Рис. 12. Магнитные спектры образца № 10 (Ni-Zn-Cu-феррита) (обозначения те же, что на рис. 4)

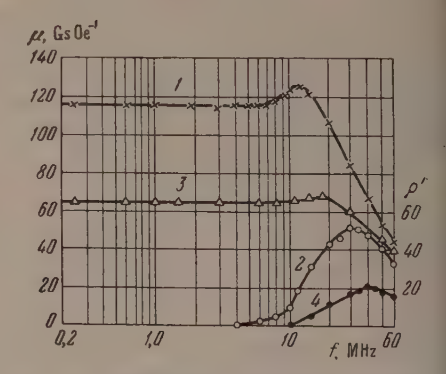


Рис. 13. Магнитные спектры образца № 9 (Ni-Zn-феррита) (обозначения те же, что на рис. 4)

го начинает убывать. Относительно низкая температура $t_{s_{опт}}$ для -Zn-Cu-ферритов может быть объяснена присутствием в нем CuO, спадающейся при относительно низких температурах.

Интересно отметить, что наибольшей величины отношение μ_{max}/μ_a стигает для образца № 2; с увеличением в образцах удельного веса оцессов вращения μ_{max}/μ_a уменьшается ис. 10, 11, 12), хотя $\operatorname{tg}\delta_a$ остается ази-постоянным.

При замене CuO в составе Ni-Zn-Cu-ррита на NiO величины отношения $_{R}/\mu_a$ (см. рис. 11 и 13), а следователь-, и $(\mu_{a_{см}}-1)/(\mu_{a_{вр}}-1)$ остаются квази-стоянными. Соотношение $(\mu_a)_9/(\mu_a)_3 = 0{,}348 \approx [(J_s)_9/(J_s)_3]^2 = 0{,}41$*, и, следо-тельно, практически изменение μ_a условлено изменением J_s. Величина $d)_9 \approx 69\cdot10^{-4} > (\delta/d)_3 \approx 17\cdot10^{-4}$. За-хание $(\eta/J_s)_3 < 0{,}48\cdot10^{-2}$, а $(\eta/J_s)_9 < 2{,}1\cdot10^{-2}$, и поэтому меньший резо-нсный выброс μ образца № 9 объяс-ется его большим затуханием. Вывод отношении преобладания процессов ещения в образце № 9 подтверждается нными [33], полученными для близ-го по составу феррита, расчет $\mu_{a_{вр}}$ я которого дает $(\mu_{a_{вр}})_9 \approx (4\cdot224/105)+1 \approx 10\,\text{GsOe}^{-1} \ll (\mu_a)_9$.

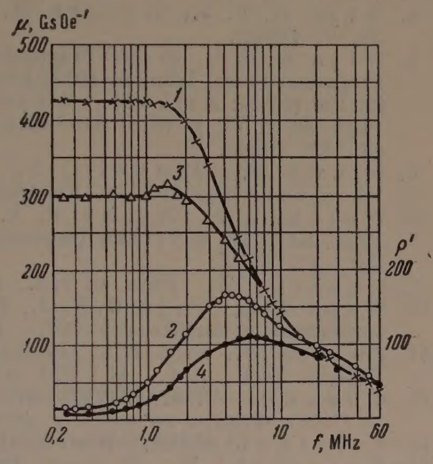


Рис. 14. Магнитные спектры образца № 8 (Li-Zn-феррита) (обозначения те же, что на рис. 4)

График рис. 14 служит дополнительной иллюстрацией влияния t_s на рактер магнитных спектров ферритов.

Образцы сердечников были любезно представлены нам В. И. Евсеевым.

6. Заключение

1. Результаты исследования магнитных спектров смешанных Li-ı-, Ni-Zn-Mg-, Ni-Zn-Cu-, Ni-Zn-Be- и Ni-Zn-ферритов с $\mu_a \approx 100 \div 600$ Gs Oe^{-1} в абсолютном нулевом состоянии и в состоянии остаточной магниченности показали, что эти спектры в основном носят резонанс-й характер, обычно сохраняющийся при переходе к состоянию остаточ-й намагниченности и не зависящий (при стороне сечения ~0,6 *см*) размеров сердечника.

2. Резонансный характер спектров выражен тем более ярко, чем меньше тери в веществе ферромагнетика в области начала резонансного подъема оницаемости и, возможно, чем больше удельный вес процессов смещения аниц в общем балансе технического намагничивания образца.

3. Различие в количественных соотношениях между спектрами раз-гниченного и намагниченного состояний каждого из образцов указывает то, что относительный удельный вес процессов смещения и вращения смешанных ферритах зависит от их состава и технологии производства, частности от температуры спекания.

4. У некоторых типов ферритов мы обнаружили, что намагничение проходит практически только путем смещения границ и что радиочастот-я дисперсия может быть описана инерционностью их колеблющейся фективной массы.

---

* Здесь индексы 3 и 9 соответствуют порядковым номерам образцов ферритов.

Цитированная литература

1. Wagenknecht F., Frequenz, 5, 145 (1951).
2. Went J. J., Gorter E. W., Philips Tech. Rev., 13, 181 (1952) [перевод в Сб. «Вопросы радиолокационной техники», стр. 1.— ИЛ, М., 1953].
3. Rado G. T., Rev. Mod. Phys., 25, 81 (1953).
4. Wijn H. P. J., Gevers M., van der Burgt C. M., Rev. Mod. Phys., 25, 91 (1953).
5. Wijn H. P. J., in «Soft Magnetic Materials for Telecommunications», Article 7.— Pergamon Press, London, 1953; L'onde Electr., 34, 418 (1954); Philips Res. Rep., 10, 239 (1955); Smit J., Wijn H. P. J., Advances in Electronics and Electron Physices, v. VI, p. 70.— Academic Press, N.-Y., 1954; Gorter E. W., Proc. IRE, 43, 1941 (1955).
6. Brown F., Gravel C. L., Phys. Rev., 97, 55 (1955).
7. Flegler F., Arch. f. Electrotech., 40, 4 (1950).
8. Welch A. J., Nicks P. F., Fairweather A., Roberts A. A., Phys. Rev., 77, 403 (1950) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 154.— ИЛ, М., 1952].
9. Roberts M., Phys. et rad., 12, 301 (1951).
10. Went J. J., Wijn H. P. J., Phys. Rev., 82, 269 (1951) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 297.— ИЛ, М., 1952]; Phys. the Hague, 17, 977 (1951).
11. Polder D., Proc. IEE, II, 97, 246 (1950); Beljers H. G., Snoek J. L., Philips Tech. Rev., 11, 313 (1950).
12. Фоменко Л. А., ЖЭТФ, 21, 1201 (1951); 24, 365 (1953); 25, 107 (1953); 30, 18 (1956); Физика металлов и металловедение, 2, 16, 22, 27 (1956).
13. Feldtkeller R., Kolb O., ZS. angew. Phys., 4, 448 (1952).
14. Kornetzki M., ZS. angew. Phys., 3, 5 (1951); Kornetzki M., Brackmann J., Fray J., Gieseke W., ZS. angew. Phys., 4, 371 (1952).
15. Blewett J. R., Blewett M. H., Plotkin M., Rev. Sci. Instr., 24, 800 (1953).
16. Alley R. E., Schnettler F. J., J. Appl. Phys., 24, 1524 (1953).
17. Шольц Н. Н., Изв. АН СССР, Серия физич., 18, 465 (1954).
18. Heister W., Arch. f. Electrotechn., 41, 3, 142 (1953).
19. Рабкин Л. И., Эпштейн Б. Ш., ЖТФ, 24, 1568 (1954).
20. Катков Н. Г., Автореферат диссертации, МЭИ, М., 1954; Изв. АН СССР, Серия физич., 18, 432 (1954).
21. Lucas J., ZS. angew. Phys., 6, 127 (1954).
22. Кузнецкий В. В., Автореферат диссертации. — МЭИ, М., 1955.
23. Rozes J., L'onde Electr., 35, 336, 374 (1955).
24. Фоменко Л. А., см. настоящий номер журнала, стр. 1336.
25. Rado G. T., Wright R. W., Emerson W. H., Phys. Rev., 80, 273 (1950) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 284.— ИЛ, М., 1952]; Rado G. T., Wright R. W., Emerson W. H., Terris A., Phys. Rev., 88, 909 (1952).
26. Сноек Я., Исследования в области новых ферромагнитных материалов.— ИЛ, М., 1949.
27. Brockman F. G., Dowling P. H., Steneck W. G., Phys. Rev., 77, 85 (1950).
28. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Sow. Phys., 8, 157 (1935).
29. Döring W., ZS. Naturforsch., 373 (1948) [перевод в Сб. «Ферромагнитный резонанс», стр. 312.— ИЛ, М., 1952].
30. Вонсовский С. В., Современное учение о магнетизме.— Гостехиздат, М.— Л., 1952.
31. Вонсовский С. В., Шур Я. С., Ферромагнетизм.— Гостехиздат, М.— Л., 1948.
32. Аркадьев В. К., Электромагнитные процессы в металлах, ч. II.— ОНТИ, М.— Л., 1936.
33. Miles P. A., Nature, 174, 177 (1954).
34. Wijn H. P. J., Physika, 19, 555 (1953).

Материалы VI Всесоюзного совещания по ядерной спектроскопии

(Москва, 26—30 января 1956 г.)

(Продолжение, см. № 8 журнала за 1956 г.)